

Forschungsbericht

**Mehrdimensionale Modellierung und  
Kointegration von Zeitreihen**

Prof. Dr. W. Götze

FH Stralsund

Überarbeitete Fassung März 2008

## **Gliederung**

1. Grundlagen der Kointegration
2. Demo-Beispiel zur Kointegration
3. Empirische Untersuchungen
  - Einkünfte aus dem Wertpapierbesitz in den USA
  - Zinsbeispiel 1 aus dem US-Finanzmarktes
  - Zinsbeispiel 2 aus dem US-Finanzmarkt
  - Energie- und Gaspreise in den USA
  - Nachfrage und Preis von Elektroenergie in New England
4. Zusammenfassung

Literaturverzeichnis  
Zeitreihenverzeichnis  
Bilderverzeichnis  
Tabellenverzeichnis

## **Anlagen**

Übungsbeispiele für das PC-Labor  
Exkurs zur Saisonbereinigung mit Census X12-ARIMA

## 1. Grundlagen der Kointegration

Das Ziel der Untersuchung ist die Wechselwirkung zwischen instationären Zeitreihen. Die Instationarität kann sowohl im zeitvariablen Mittelwert als auch in der zeitabhängigen Varianz bestehen. Meist werden trendstationäre Reihen oder stochastisch driftende Reihen (Random Walks) untersucht. Seien  $\{y_t^1\}$  und  $\{y_t^2\}$  mit  $t = 1, \dots, n$  zwei trendbehaftete (driftende) Zeitreihen, die auf mögliche wechselseitige Abhängigkeit zu analysieren sind. Nahe liegen zunächst einfache lineare Regressionsansätze, in denen jede Reihe sowohl als Regressor als auch als Regressand fungieren kann. Ein lineares Regressionsmodell wie

$$y_t^1 = a + b \cdot y_t^2 + z_t \cdot$$

würde bei trenddominierten Reihen auch zu einem hohen Bestimmtheitsmaß und hohen Signifikanzen für die geschätzten Parameter führen. Es könnte sich trotz allem aber um eine Scheinregression (Spurious Regression) handeln, die inhaltlich nicht zu begründen ist. Um dieser Gefahr zu entgehen liegt es nahe, eine Regression der ersten Differenzen anzusetzen

$$\Delta y_t^1 = b \cdot \Delta y_t^2 + u_t \cdot$$

Die Residuen  $u_t$  dieses Regressionsmodells sind allerdings nicht mehr stationär und folgen einem Random Walk, denn es gilt offensichtlich

$$u_t = z_t - z_{t-1} \cdot$$

Folglich könnten die Niveaus der Ausgangsgleichung auseinander driften, was mit der grafischen Inspektion der Plots oft nicht vereinbar wäre. Darüber hinaus wird in der ökonomischen Theorie zumeist ein tendenziöser Gleichgewichtszustand von Wirtschaftsindikatoren unterstellt. Das trifft u. a. auf viele Zeitreihen der Finanz- und Rohstoffmärkte zu, die auch in dieser Untersuchung eine tragende Rolle spielen.

Einen Ausweg aus diesem Dilemma weisen die so genannten **Fehlerkorrekturmodelle**, die von Granger und Engle 1987 zur Analyse von driftenden bzw. kointegrierten Zeitreihen vorgeschlagen haben.

**Definition:** Zwei trendbehaftete Zeitreihen  $\{y_t^1\}$  und  $\{y_t^2\}$  mit  $t = 1, \dots, n$  heißen kointegriert, falls es eine stationäre Linearkombination

$$z_t = y_t^1 - a - b \cdot y_t^2$$

gibt.

Das häufig verwendete Regressionsmodell mit Zeitverzögerungen bis zum Lag zwei in beiden Variablen

$$y_t^1 = a_0 + a_1 \cdot y_{t-1}^1 + a_2 \cdot y_{t-2}^1 + b_0 \cdot y_t^2 + b_1 \cdot y_{t-1}^2 + b_2 \cdot y_{t-2}^2 + z_t$$

lässt sich in folgendes Fehlerkorrekturmodell

$$\Delta y_t^1 = \alpha_1 \cdot \Delta y_{t-1}^1 + \beta_0 \cdot \Delta y_t^2 + \beta_1 \cdot \Delta y_{t-1}^2 + \delta \cdot (y_{t-1}^1 - \mu - \gamma \cdot y_{t-1}^2) + z_t + \theta_0$$

überführen, wobei

$$\mu = -\frac{a_0}{\delta} \quad \gamma = \frac{b_0 + b_1 + b_2}{1 - a_1 - a_2} \quad \delta = -(1 - a_1 - a_2)$$

$$\alpha_1 = -a_2 \quad \beta_0 = b_0 \quad \beta_1 = -b_2 \quad \theta_0 = b_0 + \delta \cdot \mu.$$

Das so genannte **Repräsentationstheorem** von Granger besagt, dass zwei kointegrierte stochastische Prozesse stets als Fehlerkorrekturmodell darstellbar sind und umgekehrt.

Um Wechselwirkungen zwischen Zeitreihen untersuchen zu können, müssen Regressor und Regressand auch austauschbar sein. Deshalb werden die beiden Zeitreihen zu einem Vektor  $Y_t$  zusammengefasst und in ein **VAR** (Vector AutoRegressive) Modell überführt

$$Y_t = A \cdot Y_{t-1} + \theta + \varepsilon_t$$

wobei

$$Y_t = \begin{pmatrix} y_t^1 \\ y_t^2 \end{pmatrix} \quad Y_{t-1} = \begin{pmatrix} y_{t-1}^1 \\ y_{t-1}^2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{pmatrix} \theta_0^1 \\ \theta_0^2 \end{pmatrix} \quad \varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_t^1 \\ \varepsilon_t^2 \end{pmatrix}.$$

Das VAR-Modell enthält für jede Reihe eine gesonderte Gleichung und kann sehr einfach auf höhere Lags  $p$  verallgemeinert werden

$$Y_t = A_1 \cdot Y_{t-1} + A_2 \cdot Y_{t-2} + \dots + A_p \cdot Y_{t-p} + \theta + \varepsilon_t \quad .$$

Möglich ist es auch, echte Regressoren als Vektor  $X_t$  in das VAR-Modell aufzunehmen

$$Y_t = A \cdot Y_{t-1} + B \cdot X_t + \theta + \varepsilon_t$$

Das können z. B. Dummy-Variable zur Beschreibung von Jahreszeiten, Wochentagen (Arbeitstage bzw. Wochenend- bzw. Feiertage) und Tagesspitzen (Stunden in der Tagesspitze, Stunden außerhalb einer Tagesspitze) sein.

Das VAR-Modell lässt sich für kointegrierte Reihe analog zum Eingleichungsansatz in ein Fehlerkorrektur-Modell **VEC** (Vector Error Correction) umwandeln. Für ein VAR-Modell mit  $p = 2$  ergibt sich

$$\Delta \mathbf{Y}_t = (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{Y}_{t-1} - \mathbf{A}_2 \cdot \Delta \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}_t ,$$

wobei  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix ist. Der erste Summand enthält die beiden Kointegrationsbeziehungen. Verallgemeinert auf ein beliebiges Lag  $p$  entsteht

$$\Delta \mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\Pi} \cdot \mathbf{Y}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \boldsymbol{\Gamma}_i \cdot \Delta \mathbf{Y}_{t-1} + \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}_t ,$$

wobei

$$\boldsymbol{\Pi} = \left( \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \right) - \mathbf{I} \quad \boldsymbol{\Gamma}_i = - \sum_{j=i+1}^p \mathbf{A}_j .$$

Für die Modellspezifikation sind zunächst Unit Roots Test notwendig. Liegen Einheitswurzeln vor, dann wird ein VEC-Modell in Betracht gezogen. Ansonsten bleibt es beim VAR-Modell. Um zwischen trendstationären und driftenden Reihen zu unterscheiden, wird der so genannte Johansen-Test (1995) angewendet, der dem ADF-Test von Dickey-Fuller ähnelt.

Folgende Hypothesen sind bei diesem Test zugelassen:

- 1) Die Zeitreihen haben einen Trend und die Kointegrationsgleichung nur ein konstantes Glied:

$$\boldsymbol{\Pi} \mathbf{Y}_{t-1} = \alpha \cdot (\boldsymbol{\beta}' \cdot \mathbf{Y}_{t-1} + \rho_0) + \alpha \cdot \gamma_0 .$$

- 2) Die Zeitreihen haben einen Trend und die Kointegrationsgleichung ist trendstationär:

$$\boldsymbol{\Pi} \mathbf{Y}_{t-1} = \alpha \cdot (\boldsymbol{\beta}' \cdot \mathbf{Y}_{t-1} + \rho_0 + \rho_1 \cdot t) + \alpha \cdot \gamma_0 .$$

Im EViews sind darüber hinaus auch Testmodifikationen für folgende, praktisch eher seltene Fälle möglich:

- (3) Die Zeitreihen haben keinen deterministischen Trend und die Kointegrationsgleichung kein konstantes Glied.

- (4) Die Zeitreihen haben keinen deterministischen Trend und die Kointegrationsgleichung ein Absolutglied.

- (5) Die Zeitreihen haben einen quadratischen Trend und die Kointegrationsgleichung einen linearen Trend.

Die ersten beiden Fälle scheiden nach Abtesten der Einheitswurzel aus. Der letzte Fall kommt nur selten vor. Im EViews sind die Hypothesen anders durch nummeriert. Relevant sind dort die Fälle 3) und 4) (Trend in den Zeitreihen vorhanden.)

Nach dem Test von Johansen wird ein VAR oder VEC-Modell geschätzt. Die als Input vorgesehenen Lag-Hypothesen lassen sich aus den Korrelogrammen der Differenzenreihen ableiten. Als Standard kann aber auch Lag 2 gesetzt werden. Die Optimierungskriterien entscheiden letztlich über die adäquate Modellstruktur. Es kann vorkommen, dass sich nicht alle Parameter signifikant schätzen lassen.

Als Schätztechnik wird die sogenannte Seemingly Unrelated Regression (SUR) verwendet, die auf Zellner [1962] zurückgeht. Sie startet mit OLS-Schätzungen für jede einzelne der N Gleichungen. Aus den Residuen wird dann die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma$  mit den Varianzen  $\sigma_j^2$  und den Kovarianzen  $\sigma_{ij}$  der N Residuenvektoren erstellt:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdot & \cdot & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdot & \cdot & \sigma_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdot & \cdot & \sigma_N^2 \end{pmatrix}.$$

Das VAR-System wird als Set von N multiplen Regressionen mit Vektoren  $\mathbf{y}_j$ ,  $\boldsymbol{\beta}_j$  und  $\mathbf{u}_j$  und Matrizen  $\mathbf{X}_j$  in Gleichungsform

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= \mathbf{X}_1 \cdot \boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{y}_2 &= \mathbf{X}_2 \cdot \boldsymbol{\beta}_2 + \mathbf{u}_2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \mathbf{y}_N &= \mathbf{X}_N \cdot \boldsymbol{\beta}_N + \mathbf{u}_N \end{aligned}$$

und mit Blockmatrizen dargestellt

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{y}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 & & & \cdot \\ 0 & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{X}_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \boldsymbol{\beta}_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{u}_N \end{pmatrix}.$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Omega$  dieses Modells

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{X}^* \cdot \boldsymbol{\beta}^* + \mathbf{u}^*$$

besteht aus N Diagonalmatrizen. Jedes Element in  $\boldsymbol{\Sigma}$  wird dazu mit einer Einheitsmatrix vom Typ (N, N) multipliziert. Da  $\boldsymbol{\Omega}$  keine Diagonalmatrix ist, wäre eine OLS nicht effizient, denn sie würde die Korrelationsinformation nicht berücksichtigen. Deshalb wird an ihrer Stelle eine Verallgemeinerte Kleinste Quadrate Schätzung (GLS) verwendet:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{GLS}}^* = (\mathbf{X}^{*\prime} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X}^*)^{-1} (\mathbf{X}^{*\prime} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{y}^*).$$

Die SUR-Prozedur startet mit N einzelnen OLS-Schätzungen, aus deren N Störvektoren  $\mathbf{u}_j$  die erste Näherung für die Matrix  $\boldsymbol{\Omega}$  ermittelt wird. Auf diese Weise lässt sich dann eine erste Näherung der GLS bestimmen. Aus den N Störvektoren der GLS wird im zweiten Schritt eine korrigierte Matrix  $\boldsymbol{\Omega}$  und mit ihrer Hilfe ein verbesserter Lösungsvektor der GLS berechnet. Das Iterationsverfahren bricht ab, wenn die Änderungen der zu schätzenden Parameter unter einer vorgegebenen Fehlerschranke liegen (vgl. Green [2000]).

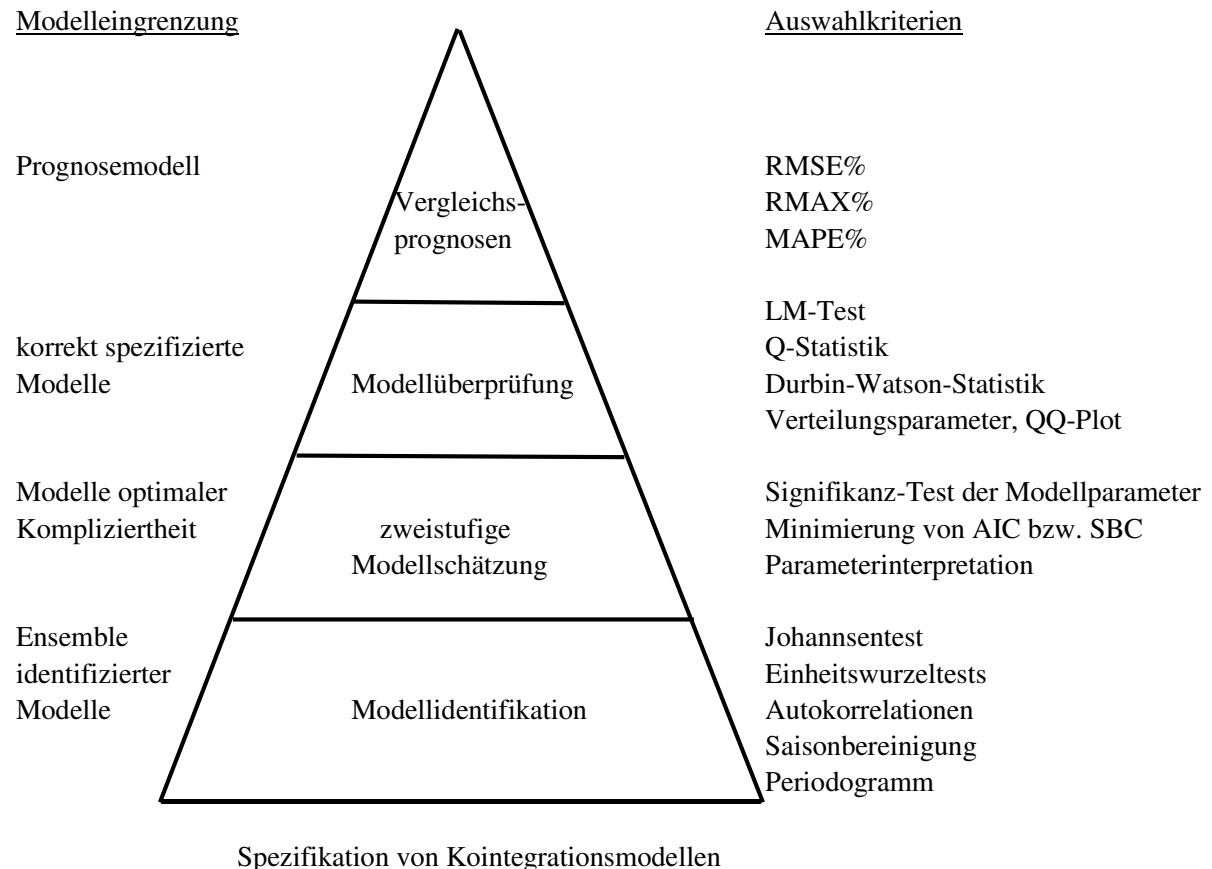
Nach der Schätzprozedur sind die Residuen zu analysieren. Modellexperimente auf einem beim Schätzen nicht verwendeten Zeitabschnitt am aktuellen Rand schließen sich an. Das können Einschnitt- oder Mehrschrittprognosen sein. Das Paket EViews bietet dafür ein spezielles Menü an.

Für die Spezifikation von VEC-Modellen sind insgesamt folgende Schritte empfehlenswert:

- 1) Einheitswurzeltests an beiden Reihen.
- 2) Saisonbereinigung bei unterjährigen Reihen.
- 3) Auswertung der Korrelogramme der einfachen Differenzen zur Lag-Identifikation.
- 4) Kointegrationstests von Johansen (mehrstufiges Vorgehen).
- 5) Schätzung der Modellparameter und Optimierung der Anpassungsgüte.
- 6) Auswertung der Signifikanzen im optimalen Modell.
- 7) Inhaltliche Interpretation der Gleichgewichtsparameter.
- 8) Testen der Residuen auf einfache und serielle Autokorrelation.
- 9) Erstellung der expliziten Modellgleichungen incl. Matrixform.
- 10) Prognoseexperimente.

Die Modellauswahl kann in Gestalt einer Pyramide dargestellt werden (vgl. Bild 1.1).

Neben den technischen Aspekten der Spezifikation und der Prognoseexperimente kommt es inhaltlich vor allem auf eine umfassende **Interpretation der Modellparameter** an.



**Bild 1.1** Spezifikation von Kointegrationsmodellen

- Die Parameter der Gleichgewichtsbeziehung (Kointegrationsgleichung) beschreiben die **langfristige Abhängigkeit** der betrachteten Variablen. Zur Auswertung muss diese Beziehung nach einem Regressanden aufgelöst werden. Die Parameter der Regressoren sind, wie aus der multiplen Regression bekannt, hinsichtlich des Vorzeichens, gleichläufige Entwicklung (+) bzw. gegenläufige Entwicklung (-), und hinsichtlich ihrer absoluten Größe (Einflussgrad) zu deuten.
- Falls **zusätzliche Zeitterme** in die Kointegrationsgleichung aufgenommen wurden, so ist auch deren Vorzeichen zu interpretieren, wobei langfristig auseinander driftende Reihen (+) und sich langfristig einander annähernde Reihen (-) vorkommen können.
- Die Parameter des Gleichgewichtsterms in den Fehlerkorrekturgleichungen geben Auskunft über die **Wechselwirkung von kurz- und langfristiger Dynamik**. Sie sind hinsichtlich des Vorzeichens (Wirkungsrichtung) und hinsichtlich ihrer absoluten Größe im Verhältnis zueinander (relative Wirkungsmacht) miteinander zu vergleichen.
- Die übrigen Parameter der Fehlerkorrekturgleichungen geben Aufschluss über die kurzfristige Wirkung zeitverschobener Zuwächse der jeweiligen Variablen (**Kurzfristedynamik**). Im Rahmen der Signifikanz Überprüfung reduziert sich meistens die Anzahl von Parametern. Dabei kann es zu erheblichen Strukturveränderungen in einzelnen Gleichungen kommen. Die endgültige Struktur ist im Detail zu interpretieren. Dabei spielt auch ein Vergleich unterschiedlicher Erklärungsmaße eine Rolle.

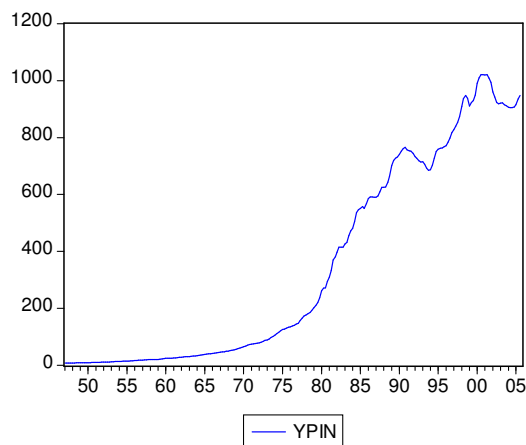


## 2. Demo-Beispiel zur Kointegration

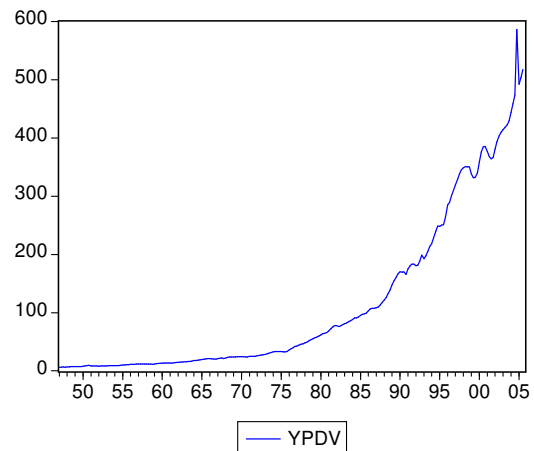
Es werden aus der HAVER-Datenbank US1+ zwei Quartalsreihen ausgewählt, die vom 1. Quartal 1947 bis zum 3. Quartal 2005 reichen und 235 Werte umfassen:

YPIN            Privates Einkommen aus Zinsen  
 YPDV           Privates Einkommen aus Dividenden

Beide Reihen liegen bereits als EViews-Workfile vor und müssen nur noch mittels Copy und Paste Kommandos in einer Datei zusammengefasst werden. Die Sichtprüfungen deuten auf einen zeitvariablen Mittelwert (Trend) hin.

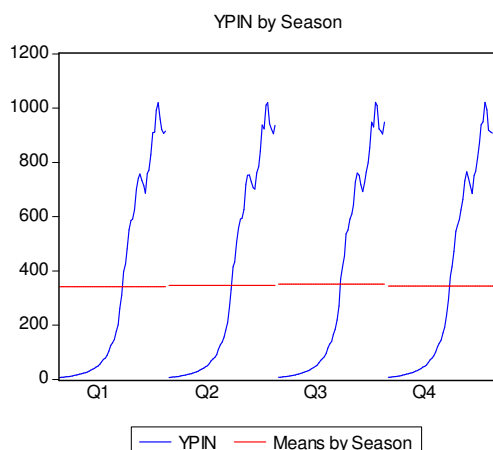


**Bild 2.1** Zinseinkünfte

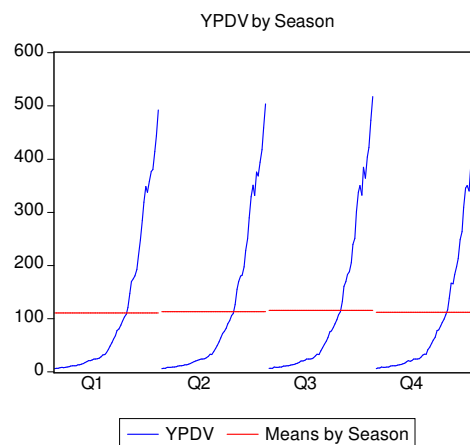


**Bild 2.2** Dividendeneinkünfte

Beide Reihen weisen einen Quartalszyklus auf:

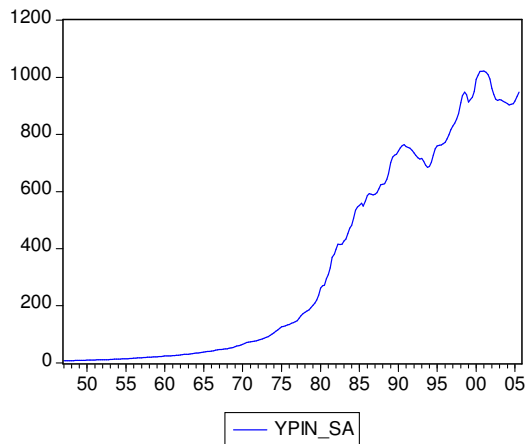


**Bild 2.3** Saisonausschläge Zins

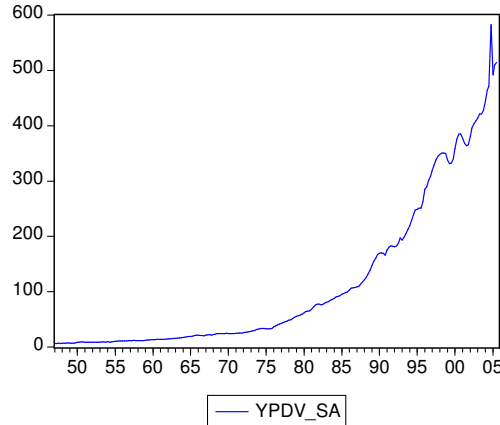


**Bild 2.4** Saisonausschläge Dividende

Die nachfolgenden Untersuchungen zur Kointegration werden mit den saisonbereinigten Reihen durchgeführt. Als Verfahren wird Census X12 genutzt (vgl. Bild 2.4 und Bild 2.5). Optisch ist kein Unterschied zwischen den Plots auszumachen. Bei der Modellierung fällt der Saisoneinfluss aber bei den Korrelogrammen auf, die jeweils bei Lag 4 ausschlagen würden.



**Bild 2.5** Saisonbereinigte Zinseink



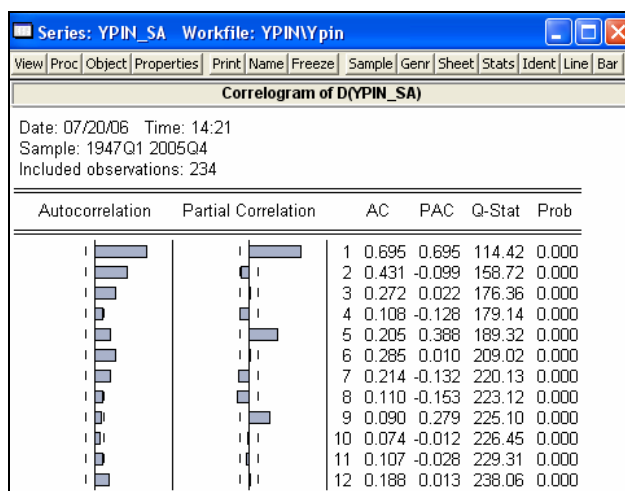
**Bild 2.6** Saisonbereinigte Div. Eink.

Für jede der beiden saisonbereinigten Reihen werden Einheitswurzeltests nach Dickey-Fuller und Philips-Perron durchgeführt. Der kritische Testwert zum Verwerfen der Nullhypothese (Einheitswurzel) auf dem 5% Niveau beträgt -2,874. Die Vergleichswerte der Testverfahren liegen jeweils über dem kritischen Wert. Die Nullhypothese kann demnach nur auf wesentlich höheren Signifikanzniveaus als 5% verworfen werden. Beide Reihen besitzen offensichtlich Einheitswurzeln und sind demzufolge als instationär anzusehen.

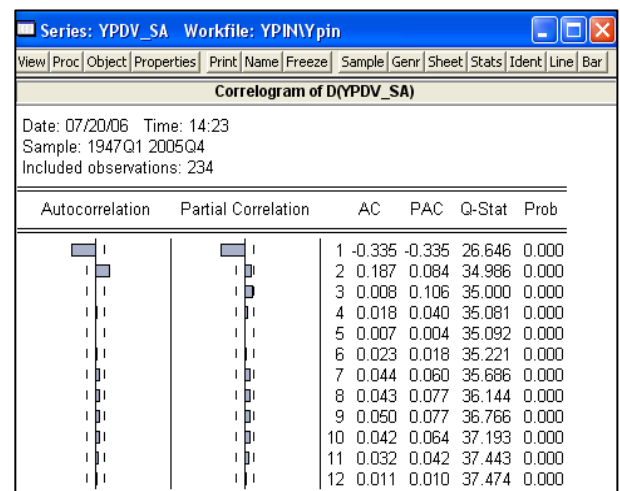
**Tabelle 2.1** Einheitswurzeltests mit Signifikanz der  $H_0$ -Ablehnung

Reihe	ADF-Vergleichswert	Philips-Perron-Vergleichswert
Zins	0,2140 [0,9730]	0,8785 [0,9951]
Dividende	4,2751 [1,0000]	6,8077 [1,0000]

Die beiden Korrelogramme (acf und pacf) der ersten Differenzen beider Reihen deuten jeweils auf mögliche Zeitverschiebungen bis zum Lag 3 hin.

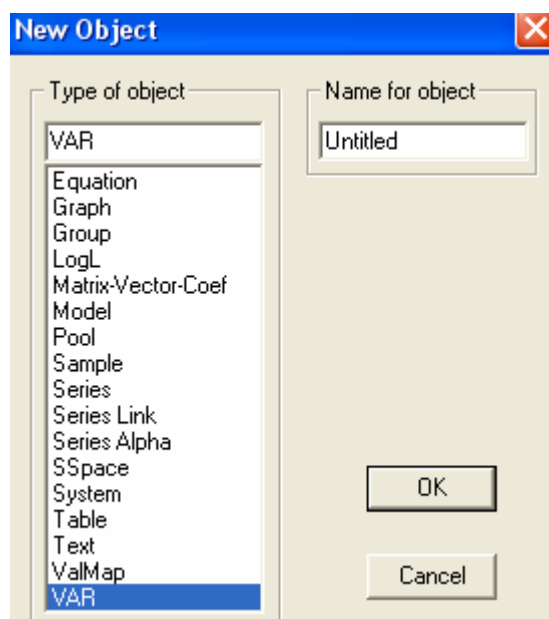


**Bild 2.7** Korrelogramme Diff Zins



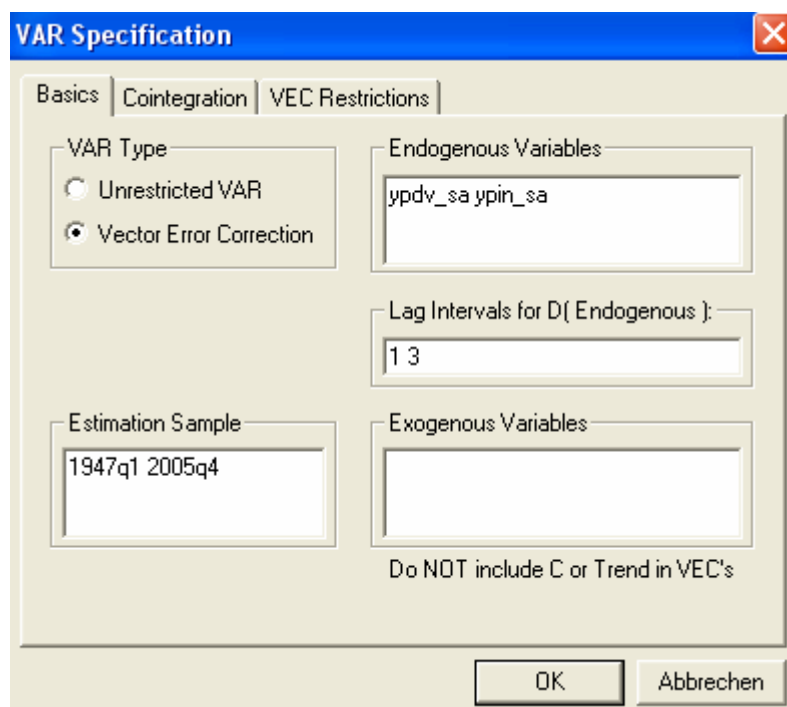
**Bild 2.8** Korrelogramme Diff Rendite

Die Kointegrationsprozedur wird im Untermenü Objekt über VAR aufgerufen.



**Bild 2.9** Bezeichnerfenster für ein mehrdimensionales Modell

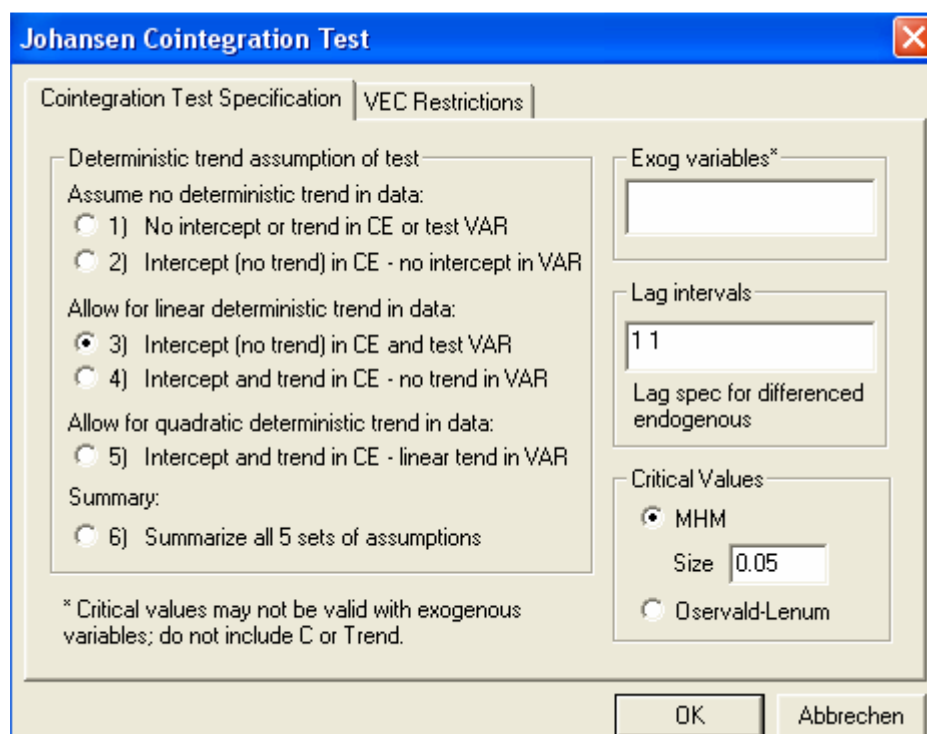
Nach Bezeichnung des Kointegrationsmodells erscheint ein Fenster, in das die beiden Reihen einzuladen als endogene Variablen einzutragen und die Lag-Struktur einzutragen sind.



**Bild 2.10** Spezifikationsfenster der mehrdimensionalen Modellierung

Ob nun lediglich ein VAR-Modell oder doch ein VEC-Modell anzusetzen sind, soll letztlich der Kointegrationstest von Johansen entscheiden.

Die Nullhypothesen für **eine** Kointegrationsbeziehung werden für die beiden Fälle 3) und 4) jeweils verworfen (vgl. Tabelle 2.2). Die Wahrscheinlichkeiten liegen jeweils deutlich unter 5%.

**Bild 2.11** Testfenster

Es handelt sich somit um kointegrierte Reihen, die möglicher Weise sogar einer trendstationären Gleichgewichtsbeziehung folgen könnten (vgl. Tabelle 2.3). Es wird zunächst ein VEC-Modell ohne Trend mit Zeitverzögerungen bis zum Lag 3 geschätzt.

**Tabelle 2.2** Johansen-Test ohne Trend im Gleichgewicht

Date: 07/20/06 Time: 14:44				
Sample (adjusted): 1948Q1 2005Q3				
Included observations: 231 after adjustments				
Trend assumption: Linear deterministic trend				
Series: YPDV_SA YPIN_SA				
Lags interval (in first differences): 1 to 3				
<b>Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)</b>				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.089630	24.29489	15.49471	<b>0.0018</b>
At most 1	0.011206	2.603102	3.841466	0.1067
Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level				
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level				
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
<b>Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)</b>				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.089630	21.69179	14.26460	<b>0.0028</b>
At most 1	0.011206	2.603102	3.841466	0.1067
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level				
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level				
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				

**Tabelle 2.3** Test mit linearem Trend im Gleichgewicht

Date: 07/20/06 Time: 14:46				
Sample (adjusted): 1948Q1 2005Q3				
Included observations: 231 after adjustments				
Trend assumption: Linear deterministic trend (restricted)				
Series: YPDV_SA YPIN_SA				
Lags interval (in first differences): 1 to 3				
<b>Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)</b>				
Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.090111	29.94429	25.87211	<b>0.0147</b>
At most 1	0.034584	8.130236	12.51798	0.2412
Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level				
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level				
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
<b>Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)</b>				
Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.090111	21.81405	19.38704	<b>0.0218</b>
At most 1	0.034584	8.130236	12.51798	0.2412
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level				
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level				
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				

Durch Abrüsten von Lag 3 bis auf Lag null ergeben sich Gütemaße, die im Optimum für ein VEC-Modell mit Lag 1 sprechen.

**Tabelle 2.4** Optimierungskriterien

Ansatz	ReiheAnsatz	AIC	SBC	R <sup>2</sup> in %
Lag 1 – 3	Div	7,334	7,453	22,6
	Zins	6,695	6,814	50,5
	Ges.	14,045	14,314	
Lag 1 – 2	Div	7,323	7,417	21,8
	Zins	6,685	6,774	49,9
	Ges.	14,151	14,419	
Lag 1 – 1	Div	7,318	7,377	20,5
	Zins	6,687	6,746	48,7
	Ges.	<b>14,021</b>	<b>14,169</b>	
Lag 0	Div	7,486	7,515	3,8
	Zins	7,292	7,322	4,1
	Ges.	14,795	14,883	

Die Optimierungskriterien weisen auf ein Modell mit einer Zeitverschiebung hin. Allerdings lassen sich nicht alle Parameter dieses privilegierten Modells signifikant schätzen. Die t-Statistik als Vergleichswert hat für 5% den Wert 1,96 und für 10% den Wert 1,684. Demnach ist z. B. der Parameter 0,203 für den Zins in der Gleichgewichtsbeziehung erst auf dem 10% Level signifikant. Das Kointegrationsgewicht 0,001 in der zweiten Fehlerkorrekturgleichung

für den Zins ist aber auch auf dem 10% Level nicht signifikant. Diese zweite Modellgleichung besitzt zwar eine mehr als doppelt so hohe Erklärungsgüte, verfügt aber über zwei statistisch nicht gesicherte Parameter. Das Kointegrationsgewicht fällt bei der Erklärung des Dividendenwachstums mit 0,015 erheblich höher aus als das Gewicht 0,001 zur Erklärung des Zinswachstums.

**Tabelle 2.5** Schätzergebnisse

Vector Error Correction Estimates		
Date: 07/20/06 Time: 14:54		
Sample (adjusted): 1947Q3 2005Q3		
Included observations: 233 after adjustments		
t-statistics in [ ]		
Cointegrating Eq:	CointEq1	
YPDV_SA(-1)	1.000000	
YPIN_SA(-1)	0.203127	
C	[ 1.74409 ]	10% Level
	-181.8117	
Error Correction:	D(YPDV_SA)	D(YPIN_SA)
CointEq1	0.015196	0.001064
	[ 4.90550 ]	[ 0.47092 ]
D(YPDV_SA(-1))	-0.415026	0.022645
	[-6.81007]	[ 0.50934 ]
D(YPIN_SA(-1))	0.073935	0.694954
	[ 1.13047 ]	[ 14.5657 ]
C	2.785085	1.227228
	[ 4.13087 ]	[ 2.49515 ]

Ein zusätzlicher Trendterm in der Kointegrationsgleichung und damit ein trendstationäres Gleichgewicht lassen sich nicht signifikant schätzen. Dieses zunächst nach dem Johansen-Test (Alternative 4 im Testmenü von EViews) empfohlene Modell wird deshalb verworfen. Die explizite Darstellung des spezifizierten Kointegrationsmodells für die ersten Differenzen der saisonbereinigten Quartalsreihen lautet

$$\Delta YPDV\_SA = 0,015 \cdot [ YPDV\_SA(-1) + 0,203 \cdot YPIN\_SA(-1) - 181,812 ]$$

$$- 0,415 \cdot \Delta YPDV\_SA(-1) + 0,074 \cdot \Delta YPIN\_SA(-1) + 2,785$$

$$\Delta YPIN\_SA = 0,001 \cdot [ YPDV\_SA(-1) + 0,203 \cdot YPIN\_SA(-1) - 181,812 ]$$

$$+ 0,023 \cdot \Delta YPDV\_SA(-1) + 0,695 \cdot \Delta YPIN\_SA(-1) + 1,227 .$$

Die Gleichgewichtsbeziehung lautet

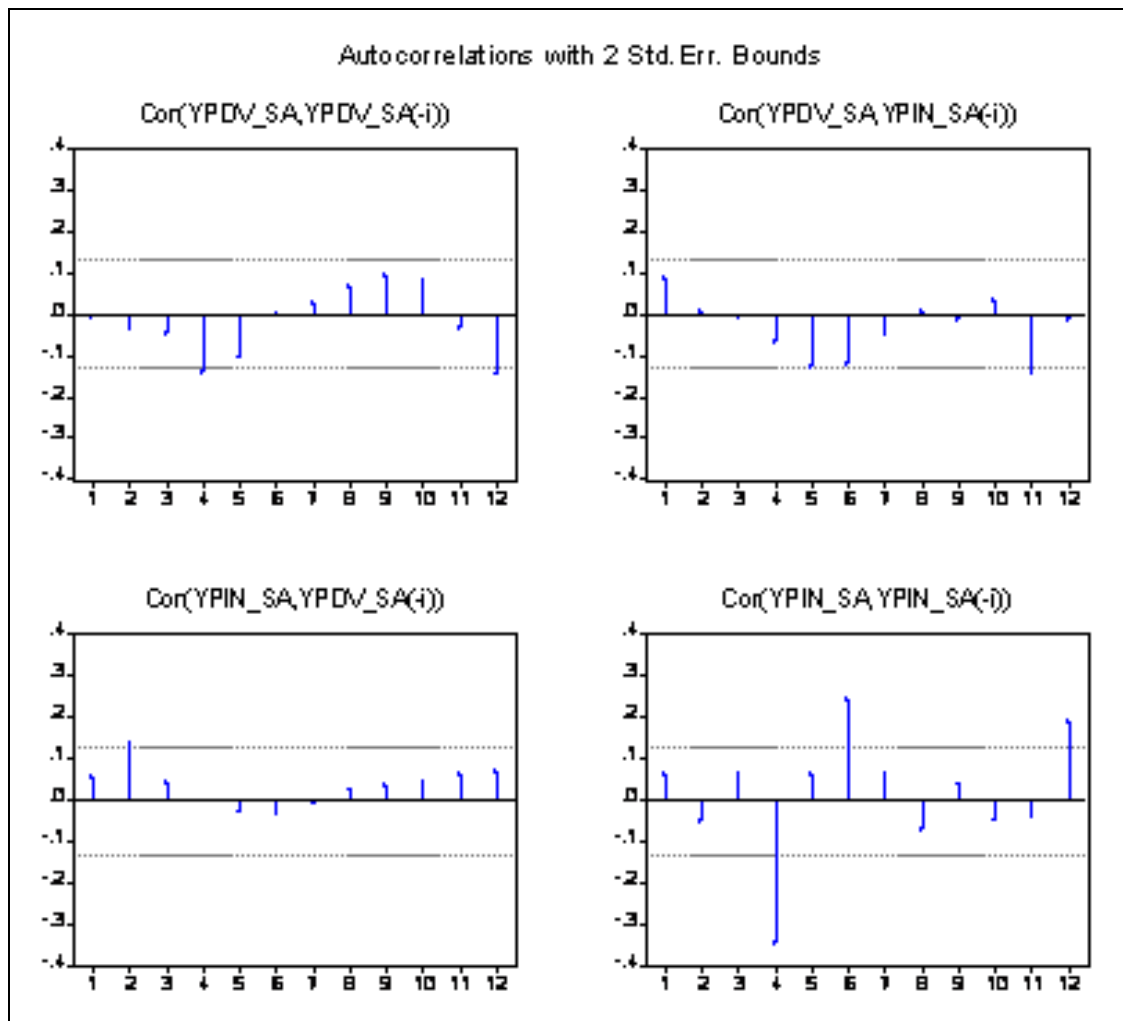
$$YPDV\_SA(t) = -0,203 \cdot YPIN\_SA(t) + 181,812 + z(t) .$$

In der Matrixschreibweise wird die Struktur des VEC-Modells im Unterschied zum reinen VAR-Modell ohne eine Gleichgewichtsbeziehung noch etwas deutlicher erkennbar. Auch der

wesentlich höhere Einfluss des Gleichgewichts zwischen Zins und Dividende auf die Dynamik der Dividendeneinnahmen fällt mit 0,015 gegen 0,001 besonders deutlich ins Auge:

$$\begin{pmatrix} \Delta YPDV\_SA \\ \Delta YPIN\_SA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,015 \cdot (YPDV\_SA(-1) + 0,203 \cdot YPIN\_SA(-1) - 181,812) \\ 0,001 \cdot (YPDV\_SA(-1) + 0,203 \cdot YPIN\_SA(-1) - 181,812) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0,415 & 0,074 \\ +0,023 & 0,695 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta YPDV\_SA(-1) \\ \Delta YPIN\_SA(-1) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 2,785 \\ 1,227 \end{pmatrix}.$$

Die Korrelogramme der Residuen (vgl. Bild 2.12) beider Gleichungen zeigen, dass die niedrigen Signifikanzen in der Zinsgleichung offenbar mit der Saisonbereinigung zu tun haben, denn der Quartalseinfluss schlägt nach wie vor durch. Der LM Test (vgl. Tabelle 2.6) und der Portmanteau-Test (vgl. Tabelle 2.7) auf Autokorrelation in den Residuen können auf dem üblichen 5% Level die Nullhypothese ( $H_0$ : Serielle Autokorrelation bis zum Lag 3 liegt nicht vor.) nicht verwerfen. Ab Lag 4 sieht die Situation allerdings anders aus.



**Bild 2.12** Korrelogramme und Kreuzkorrelogramme der Residuen

**Tabelle 2.6** Test auf serielle Autokorrelation

VEC Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
H0: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 07/20/06 Time: 15:04					
Sample: 1947Q1 2005Q3					
Included observations: 233					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	3.170141	NA*	3.183805	NA*	NA*
2	8.407713	0.0777	8.466725	0.0759	4
3	10.15954	0.2540	10.24140	0.2485	8
4	43.41819	0.0000	44.08099	0.0000	12
5	50.70024	0.0000	51.52273	0.0000	16
6	68.75041	0.0000	70.05000	0.0000	20
7	70.47459	0.0000	71.82759	0.0000	24
8	72.76420	0.0000	74.19860	0.0000	28
9	75.42010	0.0000	76.96121	0.0000	32
10	78.25588	0.0001	79.92415	0.0000	36
11	84.40397	0.0001	86.37688	0.0000	40
12	98.73166	0.0000	101.4825	0.0000	44

\*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

**Tabelle 2.7** LM-Test

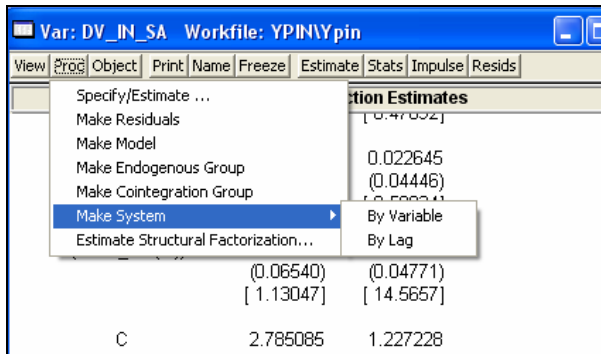
VEC Residual Serial Correlation LM Tests		
H0: no serial correlation at lag order h		
Date: 07/20/06 Time: 15:11		
Sample: 1947Q1 2005Q3		
Included observations: 233		
Lags	LM-Stat	Prob
1	8.971959	0.0618
2	6.844670	0.1443
3	2.178303	0.7030
4	53.67387	0.0000
5	15.45150	0.0039
6	21.42766	0.0003
7	2.875144	0.5789
8	6.473690	0.1665
9	11.18740	0.0245
10	10.43899	0.0336
11	10.24999	0.0364
12	37.60778	0.0000

Probs from chi-square with 4 df.

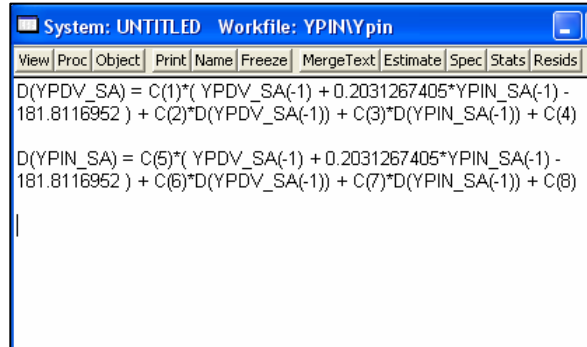
Mit Hilfe der Einstellung *Make System by Variable* im VAR-Untermenü lassen sich die einzelnen Gleichungen explizit darstellen. Über die Einstellung *Estimate* (Standard OLS) wird ein Output generiert, der zusätzlich eine Durbin-Watson-Statistik enthält, die Aufschluss über eine mögliche Korrelation erster Ordnung in den Residuen der Modellgleichungen gibt. Im



Beispiel legen die Werte 2,019 bzw. 1,878 nahe, die entsprechende Nullhypothese zu verwerfen.



**Bild 2.13** Unternemü *Make System*



**Bild 2.14** Modellgleichungen

**Tabelle 2.8** Schätzergebnisse mit Signifikanzprüfung und Durbin-Watson-Statistik

System: UNTITLED				
Estimation Method: Least Squares				
Date: 07/28/06 Time: 16:33				
Sample: 1947Q3 2005Q3				
Included observations: 233				
Total system (balanced) observations 466				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.015196	0.003098	4.905501	0.0000
C(2)	-0.415026	0.060943	-6.810067	0.0000
C(3)	0.073935	0.065402	1.130470	0.2589
C(4)	2.785085	0.674213	4.130866	0.0000
C(5)	0.001064	0.002260	0.470919	0.6379
C(6)	0.022645	0.044458	0.509341	0.6108
C(7)	0.694954	0.047712	14.56573	0.0000
C(8)	1.227228	0.491845	2.495152	0.0129
Determinant residual covariance		3863.459		
Equation: D(YPDV_SA) = C(1)*( YPDV_SA(-1) + 0.2031267405				
*YPIN_SA(-1) - 181.8116952 ) + C(2)*D(YPDV_SA(-1)) + C(3)				
*D(YPIN_SA(-1)) + C(4)				
Observations: 233				
R-squared	0.204596	Mean dependent var	2.181025	
Adjusted R-squared	0.194176	S.D. dependent var	10.37400	
S.E. of regression	9.312500	Sum squared resid	19859.49	
Durbin-Watson stat	2.019193			
Equation: D(YPIN_SA) = C(5)*( YPDV_SA(-1) + 0.2031267405				
*YPIN_SA(-1) - 181.8116952 ) + C(6)*D(YPDV_SA(-1)) + C(7)				
*D(YPIN_SA(-1)) + C(8)				
Observations: 233				
R-squared	0.487358	Mean dependent var	4.038977	
Adjusted R-squared	0.480642	S.D. dependent var	9.426789	
S.E. of regression	6.793554	Sum squared resid	10568.89	
Durbin-Watson stat	1.878031			

Mit Hilfe der Einstellung *SPEC* lassen sich die Fehlerkorrekturgleichungen anzeigen und editieren. Man kann einen Teil der nichtsignifikanten Parameter aus dem Modell entfernen. Die Parameter der Gleichgewichtsbeziehung bleiben dabei allerdings unverändert. Wenn im betrachteten Beispiel die beiden sehr kleinen, nichtsignifikanten Parameter C(3) und C(6) ausgeschlossen werden, sinken die Bestimmtheitsmaße nur geringfügig ab (vgl. Tabelle 2.9).

**Tabelle 2.9** Output für das abgerüstete Modell

System: SYSTEMGLEICHUNGEN				
Estimation Method: Seemingly Unrelated Regression				
Date: 12/04/06 Time: 16:24				
Sample: 1947Q3 2005Q3				
Included observations: 233				
Total system (balanced) observations 466				
Linear estimation after one-step weighting matrix				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.015515	0.003068	5.057929	0.0000
C(2)	-0.413213	0.060520	-6.827674	0.0000
C(4)	3.075088	0.620483	4.955959	0.0000
C(5)	0.001355	0.002172	0.623971	0.5330
C(7)	0.694460	0.047276	14.68956	0.0000
C(8)	1.278189	0.479814	2.663927	0.0080
Determinant residual covariance		3889.440		
Equation: D(YPDV_SA) = C(1)*(YPDV_SA(-1) + 0.2031267405 *YPIN_SA(-1) - 181.8116952) + C(2)*D(YPDV_SA(-1)) + C(4)				
Observations: 233				
R-squared	0.200157	Mean dependent var	2.181025	
Adjusted R-squared	0.193202	S.D. dependent var	10.37400	
S.E. of regression	9.318130	Sum squared resid	19970.33	
Durbin-Watson stat	2.025590			
Equation: D(YPIN_SA) = C(5)*(YPDV_SA(-1) + 0.2031267405 *YPIN_SA(-1) - 181.8116952) + C(7)*D(YPIN_SA(-1)) + C(8)				
Observations: 233				
R-squared	0.486776	Mean dependent var	4.038977	
Adjusted R-squared	0.482313	S.D. dependent var	9.426789	
S.E. of regression	6.782621	Sum squared resid	10580.91	
Durbin-Watson stat	1.869275			

Wichtiger ist, dass die beiden Optimierungskriterien von Akaike und Schwarz

$$AIC = -\frac{2 \cdot L}{T} + \frac{2 \cdot k}{T}$$

$$SBC = -\frac{2 \cdot L}{T} + \frac{k \cdot \ln T}{T},$$

mit der Log-Likelihood Funktion L

$$L = -\frac{T}{2} \cdot \left( 1 + \ln 2\pi + \ln \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T a_t^2 \right) \right)$$

zur Bestimmung von Modellen optimaler Kompliziertheit geringer ausfallen. Für  $T = 233$  einbezogene Beobachtungen und jeweils  $k = 3$  bzw.  $2$  Parameterwerte ergeben sich etwas kleine Werte für AIC bzw. SBC als beim höher parametrisierten Ausgangsmodell (vgl. Tabelle 2.10).

**Tabelle 2.10** Manuelle Berechnung der AIC- und SBC-Werte nach Parameterreduktion

Gleichung	FQS <sup>1</sup>	L	k	AIC <sub>neu</sub>	SBC <sub>neu</sub>	AIC <sub>alt</sub>	SBC <sub>alt</sub>
YPDV	19970	-849,091	3	7,316	7,358	7,318	7,377
YPIN	10598	-775,279	2	6,655	6,702	6,686	6,746

Leider wird die AIC- und SBC-Berechnung nicht von EViews unterstützt, so dass manuelle Berechnungen mit Hilfe der Fehlerquadratsumme der Residuen notwendig sind.

Im abgerüsteten Modell erscheint das langfristige Gleichgewicht nur noch in der Fehlerkorrekturgleichung zur Dividendendynamik:

$$\begin{pmatrix} \Delta YPDV\_SA \\ \Delta YPIN\_SA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,015 \cdot (YPDV\_SA(-1) + 0,203 \cdot YPIN\_SA(-1) - 181,812) \\ 0 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0,413 & 0,000 \\ +0,000 & 0,697 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta YPDV\_SA(-1) \\ \Delta YPIN\_SA(-1) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 3,075 \\ 1,266 \end{pmatrix}.$$

Die Interpretation der beiden Gleichungen kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

- Die langfristige Entwicklung wirkt in beiden Gleichungen positiv auf die kurzfristige Entwicklung. Der Einfluss langfristiger Trends auf die Zinsdynamik fällt aber mit  $0,001$  wesentlich geringer als der entsprechende Einfluss auf die Renditedynamik mit  $0,016$  aus und ist statistisch auch nicht signifikant. Er erscheint deshalb im abgerüsteten Modell auch gar nicht mehr.
- Für die Dividendenentwicklung ergibt sich ein langfristiger Effekt aus der Gleichgewichtsbeziehung. Mit einer durchschnittlichen Zinserhöhung um eine Einheit geht eine Renditensenkung auf den Aktienmarkt um  $0,203$  Einheiten einher. Kurzfristig wird die Renditedynamik einer Periode negativ von der Renditedynamik der Vorperiode mit einem Gewicht von  $-0,413$  getrieben (Abschwächung, Korrektur nach unten). Die Zinsdynamik der Vorperiode spielt dabei keine Rolle.
- Kurzfristig wird die Zinsdynamik positiv vom Zinszuwachs der Vorperiode mit einem Gewicht von  $0,697$  beeinflusst (Verstärkung, Korrektur nach oben). Die Veränderungen der Rendite während der Vorperiode spielt dabei keine Rolle.

<sup>1</sup> Fehlerquadratsumme der Regression

### 3. Weitere Anwendungen

#### 3.1 Kointegration von Zinssätzen

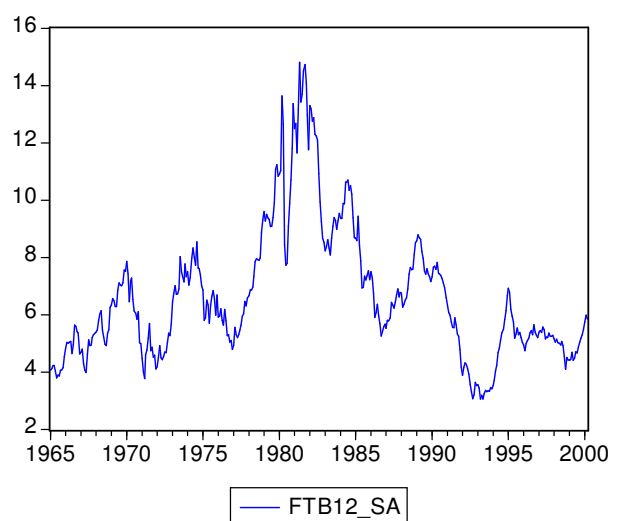
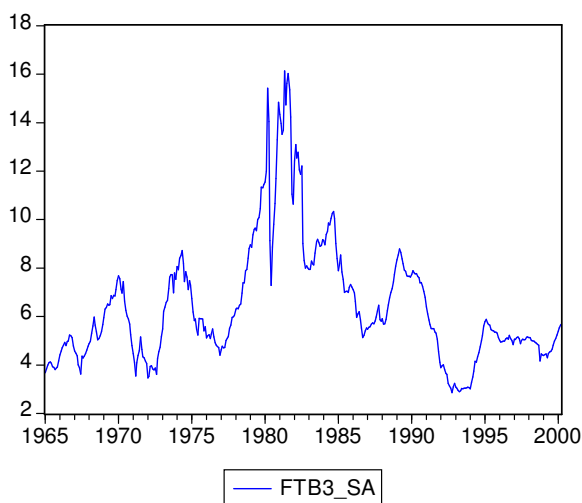
Ein klassisches Beispiel für eine Kointegrationsanalyse ist der Zusammenhang zwischen kurz- und mittelfristigen Zinssätzen (vgl. Wolters[1992]).

Aus der HAVER Datenbank US1+ werden dazu zunächst zwei monatliche Reihen ausgewählt, die jeweils vom Januar 1965 bis zum März 2000 reichen (423 Werte):

FTB3 Dreimonatsanleihen (3-month Treasury bill)

FTB12 Jahresanleihen (1-year Treasury bill).

Beide Monatsreihen werden erneut mit dem Census X12 Verfahren saisonbereinigt.



**Bild 3.1.1** Dreimonatszins

**Bild 3.1.2** Zwölfmonatszins

Die Einheitswurzeltests schlagen für beide saisonbereinigte Reihen an. Der Vergleichswert für das 5% Signifikanzniveau beträgt  $-2,8682$  und wird stets übertroffen. Die Nullhypothese ( $H_0$ : Einheitswurzel liegt vor.) kann nur auf einem deutlich über 5% liegenden Signifikanzniveau verworfen werden.

**Tabelle 3.1.1** Einheitswurzeltests und Signifikanz zum Verwerfen von  $H_0$

Reihe	ADF-Vergleichswert	Philips-Perron-Vergleichswert
FBT3_SA	-2,2896 [0,1758]	-2,4763 [0,1220]
FBT12_SA	-2,2319 [0,1953]	-2,3292 [0,1633]

Die Korrelogramme der ersten Differenzen (vgl. Bilder 3.1.3 und 3.1.4) weisen auf signifikante Zeitverzögerungen bis zum Lag 3 hin.

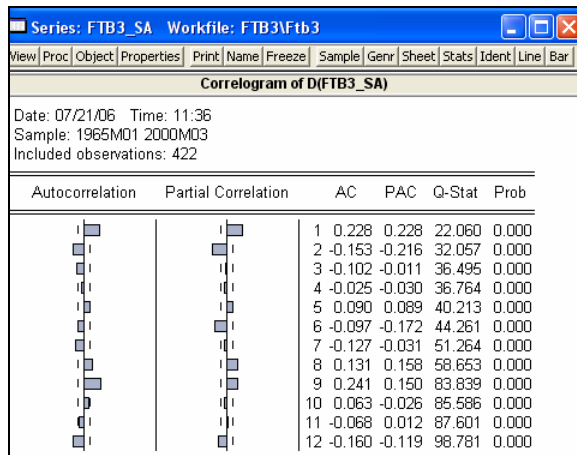


Bild 3.1.3 Korrogramme Zins 3

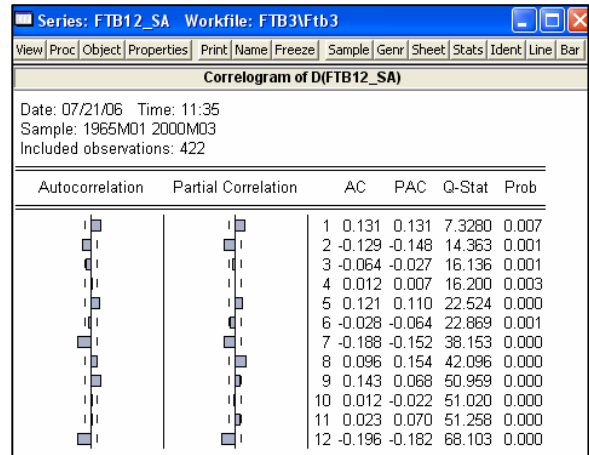


Bild 3.1.4 Korrelogramme Zins 12

Die beiden Kointegrationstests nach Johansen (Trace und Eigenvalue) empfehlen sogar zwei Kointegrationbeziehungen, denn die Wahrscheinlichkeiten zur Ablehnung der Nullhypothesen (Keine Kointegration bzw. höchstens eine Kointegration) liegen jeweils unter dem 5%-Level.

Tabelle 3.1.2 Johansen-Test

Date: 07/21/06 Time: 12:42				
Sample (adjusted): 1965M05 2000M03				
Included observations: 419 after adjustments				
Trend assumption: Linear deterministic trend				
Series: FTB3_SA FTB12_SA				
Lags interval (in first differences): 1 to 3				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.073926	37.12858	15.49471	0.0000
At most 1 *	0.011742	4.948966	3.841466	0.0261
Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level				
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level				
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.073926	32.17962	14.26460	0.0000
At most 1 *	0.011742	4.948966	3.841466	0.0261
Max-eigenvalue test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level				
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level				
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				

Eine optimale Schätzung ist für ein VEC-Modell mit zwei Zeitverzögerungen möglich (vgl. Tabelle 3.1.3).

Das Gewicht des Zwölfmonatszins in der Kointegrationsbeziehung ist negativ und hoch signifikant. Beide Zins-Reihen schaukeln sich mithin gegenseitig auf (siehe Tabelle 3.1.4).

**Tabelle 3.1.3** Optimierungskriterien der Modellschätzung

Ansatz	ReiheAnsatz	AIC	SBC	R <sup>2</sup> in %
Lag 1 – 3	Zins_3	1,452	1,529	13,3
	Zins_12	1,529	1,388	10,0
	Ges.	1,703	1,876	
Lag 1 – 2	Zins_3	1,444	1,502	13,0
	Zins_12	1,300	1,358	9,9
	Ges.	1,686	1,821	
Lag 1 – 1	Zins_3	1,495	1,533	7,4
	Zins_12	1,333	1,371	5,8
	Ges.	1,729	1,825	
Lag 0	Zins_3	1,552	1,572	0,7
	Zins_12	1,360	1,380	2,1
	Ges.	1,801	1,859	

Die beiden entsprechenden Gewichte für die Kointegrationsterme in den Fehlerkorrekturgleichungen sind signifikant auf dem 10%-Level (3-Monatszins) und auf dem 5%-Level (12-Monatszins). Sechs der zwölf geschätzten Parameter sind nicht signifikant.

**Tabelle 3.1.4** Ergebnisse der Modellschätzung im Ausgangsmodell

Vector Error Correction Estimates		
Date: 07/21/06 Time: 17:12		
Sample (adjusted): 1965M04 2000M03		
Included observations: 420 after adjustments		
t-statistics in [ ]		
Cointegrating Eq:	CointEq1	
FTB3_SA(-1)	1.000000	
FTB12_SA(-1)	-1.080803	
	[-38.1294]	
C	0.735717	
Error Correction:	D(FTB3_SA)	D(FTB12_SA)
CointEq1	-0.109024	0.111374
	[-1.88284]	[ 2.06635]
D(FTB3_SA(-1))	0.228927	0.282003
	[ 2.64662]	[ 3.50249]
D(FTB3_SA(-2))	-0.034058	-0.072021
	[-0.41417]	[-0.94090]
D(FTB12_SA(-1))	0.103675	-0.071255
	[ 1.10507]	[-0.81595]
D(FTB12_SA(-2))	-0.240584	-0.139198
	[-2.68538]	[-1.66917]
C	0.003720	0.003921
	[ 0.15416]	[ 0.17456]

Die Kointegrations- und die Fehlerkorrekturgleichungen des VEC-Modells lauten

$$FTB3\_SA(t) = 1,081 \cdot FTB12\_SA(t) - 0,736 + z(t) \text{ bzw.}$$

$$\begin{aligned} \Delta\text{FTB3\_SA} = & -0,109 \cdot [\text{FTB3\_SA}(-1) - 1,081 \cdot \text{FTB12\_SA}(-1) + 0,736] \\ & + 0,220 \cdot \Delta\text{FTB3\_SA}(-1) + 0,104 \cdot \Delta\text{FTB12\_SA}(-1) \\ & - 0,034 \cdot \Delta\text{FTB3\_SA}(-2) - 0,2410 \cdot \Delta\text{FTB12\_SA}(-2) + 0,004 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\text{FTB12\_SA} = & 0,111 \cdot [\text{FTB3\_SA}(-1) - 1,081 \cdot \text{FTB12\_SA}(-1) + 0,736] \\ & + 0,282 \cdot \Delta\text{FTB3\_SA}(-1) - 0,072 \cdot \Delta\text{FTB12\_SA}(-1) \\ & - 0,072 \cdot \Delta\text{FTB3\_SA}(-2) - 0,139 \cdot \Delta\text{FTB12\_SA}(-2) + 0,004. \end{aligned}$$

In Matrizengestalt entsteht die etwas übersichtlichere Darstellung

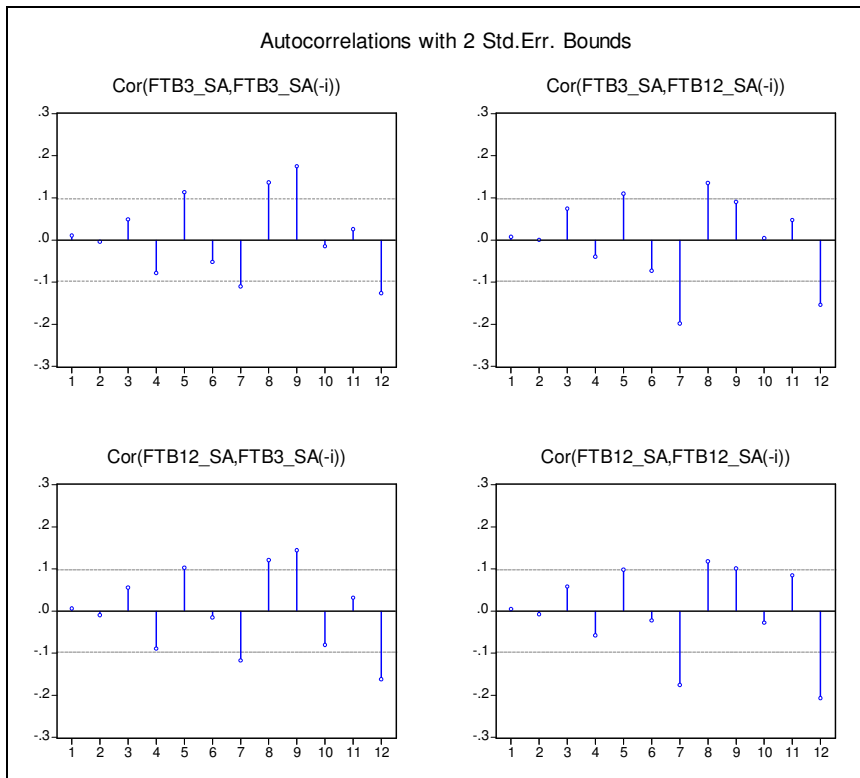
$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Delta\text{FTB3\_SA} \\ \Delta\text{FTB12\_SA} \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} -0,109 \cdot (\text{FTB3\_SA}(-1) - 1,081 \cdot \text{FTB12\_SA}(-1) + 0,736) \\ +0,111 \cdot (\text{FTB3\_SA}(-1) - 1,081 \cdot \text{FTB12\_SA}(-1) + 0,736) \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} 0,220 & +0,104 \\ 0,282 & -0,072 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\text{FTB3\_SA}(-1) \\ \Delta\text{FTB12\_SA}(-1) \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} -0,034 & -0,241 \\ -0,072 & -0,139 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\text{FTB3\_SA}(-2) \\ \Delta\text{FTB12\_SA}(-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,004 \\ 0,004 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Die Korrelogramme der beiden Residuenreihen weisen vereinzelt Spitzen außerhalb der 2-Sigma-Grenzen auf (siehe Bild 3.1.5). Der Portmanteau-Test und der LM-Test lehnen eine serielle Autokorrelation bis zum Lag 6 ab (vgl. Tabelle 3.1.5 und 3.1.6).

**Tabelle 3.1.5** Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell

VEC Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
H0: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 07/21/06 Time: 17:00					
Sample: 1965M01 2000M03					
Included observations: 420					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	0.062498	NA*	0.062647	NA*	NA*
2	0.163880	NA*	0.164514	NA*	NA*
3	3.812401	0.4320	3.839283	0.4282	4
4	7.991321	0.4343	8.058386	0.4278	8
5	13.95142	0.3038	14.09029	0.2950	12
6	17.93289	0.3278	18.12947	0.3164	16
7	38.70995	0.0072	39.25868	0.0062	20
8	47.43140	0.0030	48.14948	0.0024	24

\*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution



**Bild 3.1.5** Korrelogramme der Residuen

**Tabelle 3.1.6** LM-Test im Ausgangsmodell

VEC Residual Serial Correlation LM Tests		
H0: no serial correlation at lag order h		
Date: 07/21/06 Time: 17:01		
Sample: 1965M01 2000M03		
Included observations: 420		
Lags	LM-Stat	Prob
1	2.570433	0.6321
2	2.239974	0.6917
3	5.301017	0.2578
4	4.777586	0.3109
5	5.961821	0.2020
6	4.010494	0.4046
7	21.47179	0.0003
8	9.020401	0.0606
Probs from chi-square with 4 df.		

Die Durbin-Watson-Statistiken lehnen darüber hinaus mit 1,978 (Gleichung für Zins<sub>3</sub>) und 1,991 (Gleichung für Zins<sub>12</sub>) auch eine einfache Korrelation der Residuen ab.

Nach der Signifikanzprüfung reduziert sich die Anzahl von Parametern in den Fehlerkorrekturgleichungen von 12 auf 7 (siehe Tabelle 3.1.7). Der Wechselwirkungsparameter der ersten Gleichung ist nur auf dem 10% Level signifikant. Die Überprüfung auf serielle Korrelation bestätigt, wie bereits im Ausgangsmodell, die Nullhypothese jeweils bis zum Lag 6 (vgl. Tabelle 3.1.8)



**Tabelle 3.1.7** Ergebnisse der Modellschätzung nach Parameterreduktion

System: SYS01				
Estimation Method: Seemingly Unrelated Regression				
Date: 01/10/08 Time: 15:40				
Sample: 1965M04 2000M03				
Included observations: 420				
Total system (balanced) observations 840				
Linear estimation after one-step weighting matrix				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.098817	0.052904	-1.867847	0.0621
C(2)	0.172603	0.062075	2.780563	0.0055
C(4)	0.176021	0.051786	3.398984	0.0007
C(5)	-0.265047	0.051521	-5.144434	0.0000
C(7)	0.116262	0.048373	2.403434	0.0165
C(8)	0.225985	0.044298	5.101439	0.0000
C(11)	-0.196430	0.047973	-4.094594	0.0000
Determinant residual covariance:		0.017426		
Equation: D(FTB3_SA) = C(1)*( FTB3_SA(-1) - 1.08080340928*FTB12_SA(-1) + 0.735717499088 ) + C(2)*D(FTB3_SA(-1)) + C(4)*D(FTB12_SA(-1)) + C(5)*D(FTB12_SA(-2))				
Observations: 420				
R-squared	0.127479	Mean dependent var	0.003998	
Adjusted R-squared	0.121187	S.D. dependent var	0.526977	
S.E. of regression	0.494015	Sum squared resid	101.5251	
Prob(F-statistic)	1.979112			
Equation: D(FTB12_SA) = C(7)*( FTB3_SA(-1) - 1.08080340928 *FTB12_SA(-1) + 0.735717499088 ) + C(8)*D(FTB3_SA(-1)) + C(11) *D(FTB12_SA(-2))				
Observations: 420				
R-squared	0.093971	Mean dependent var	0.003886	
Adjusted R-squared	0.089626	S.D. dependent var	0.482075	
S.E. of regression	0.459965	Sum squared resid	88.22382	
Prob(F-statistic)	2.038000			

Die vereinfachte Modellstruktur

$$\begin{pmatrix} \Delta FTB3\_SA \\ \Delta FTB12\_SA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,099 \cdot (FTB3\_SA(-1) - 1,081 \cdot FTB12\_SA(-1) + 0,736) \\ +0,116 \cdot (FTB3\_SA(-1) - 1,081 \cdot FTB12\_SA(-1) + 0,736) \end{pmatrix} \\
 + \begin{pmatrix} 0,173 & +0,176 \\ 0,226 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta FTB3\_SA(-1) \\ \Delta FTB12\_SA(-1) \end{pmatrix} \\
 + \begin{pmatrix} 0 & -0,265 \\ 0 & -0,196 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta FTB3\_SA(-2) \\ \Delta FTB12\_SA(-2) \end{pmatrix}$$

lässt sich folgender Maßen interpretieren:

- Vorzeichen in der Kointegrationsgleichung  
FTB3 und FTB12 ziehen in eine Richtung (+1,081).
- Vorzeichen der Kointegrationsparameter in den Fehlerkorrekturgleichungen  
Der Einfluss der Langfristedynamik auf die Kurzfristedynamik ist unterschiedlich: Eine positive Störung des langfristigen Gleichgewichts (LGW) verlangsamt die Kurzfristedynamik von FTB3 und erhöht die Kurzfristedynamik von FTB12 (-0,099 zu 0,116).
- Größenvergleich der Kointegrationsparameter in den Fehlerkorrekturgleichungen  
Der Einfluss des LGW auf die kurzfristige FTB3-Dynamik ist geringer als auf die kurzfristige FTB12-Dynamik ( $\text{Abs}(-0,099) < \text{Abs}(0,116)$ ).
- Parameterdichte in der ersten Fehlerkorrekturgleichung  
Gegenüber dem Ausgangsmodell fallen zwei Parameter heraus, das Absolutglied und die Änderung von FTB3 zum Lag 2. Es bleiben beide Variablen auf der rechten Seite präsent.
- Parameterdichte in der zweiten Fehlerkorrekturgleichung  
Gegenüber dem Ausgangsmodell fallen drei Parameter heraus, das Absolutglied und die beiden Änderungen von FTB3 zum Lag 2 und FTB12 zum Lag 1 heraus. Auch hier bleiben beide Variablen auf der rechten Seite präsent.
- Die Erklärungsgüten (adjungiertes  $R^2$ ) fallen mit 9% bzw. 12% gleichermaßen niedrig aus..

**Tabelle 3.1.8** Test auf serielle Autokorrelation im reduzierten Modell

System Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 01/10/08 Time: 15:37					
Sample: 1965M04 2000M03					
Included observations: 420					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	0.734120	0.9471	0.735872	0.9468	4
2	2.797892	0.9464	2.809518	0.9457	8
3	6.675925	0.8783	6.715452	0.8758	12
4	11.33014	0.7887	11.41442	0.7832	16
5	17.13830	0.6440	17.29256	0.6339	20
6	20.66990	0.6581	20.87534	0.6461	24
7	44.03177	0.0276	44.63318	0.0240	28
8	53.51188	0.0099	54.29737	0.0082	32
9	72.52562	0.0003	73.72746	0.0002	36
10	81.06707	0.0001	82.47724	0.0001	40
11	87.24872	0.0001	88.82514	0.0001	44
12	107.5336	0.0000	109.7066	0.0000	48

\*The test is valid only for lags larger than the System lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

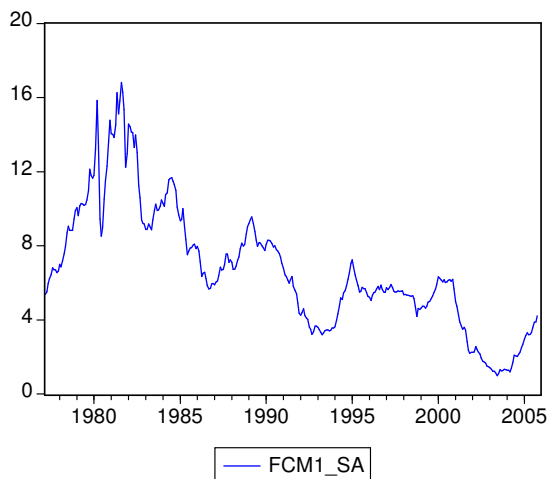
### 3.2 Zinsdynamik mit drei Reihen

Die klassische Kointegrationsanalyse von Zeitreihenpaaren kann auf Zeitreihentripel erweitert werden. Als Beispiel dienen drei Zeitreihen, die Renditen aus US-Schatzbriefen mit Laufzeiten von einem bis zu dreißig Jahren beschreiben.

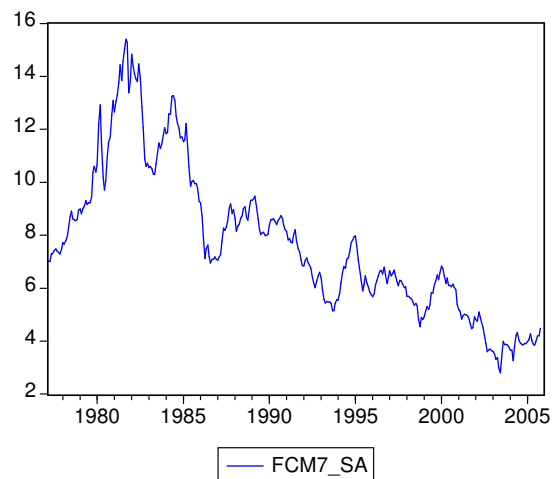
Aus der HAVER Datenbank US1+ werden drei monatliche Reihen ausgewählt:

FCM1	1-Jahres-Schatzbriefe (1-year Treasury bill)
FCM7	7-Jahres-Schatzbriefe (7-year Treasury note)
FCM30	30-Jahres-Schatzbriefe (30-year Treasury bond).

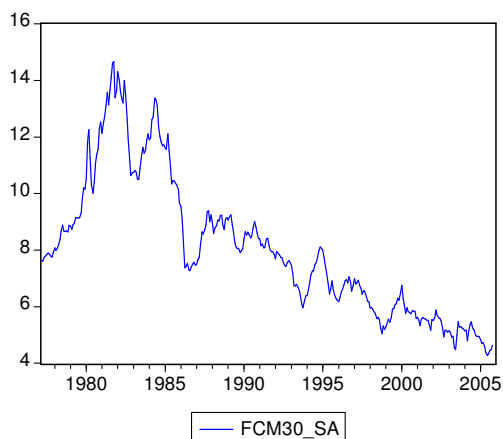
Jede dieser Reihen ist in HAVER als EViews Workfile abgelegt. Um eine Datei mit allen drei Reihen zu erzeugen, werden in den ersten Workfile mit FCM1 die beiden anderen Reihen mittels Copy und Paste Funktion importiert. Da die Aufzeichnungslänge unterschiedlich ist, wird ein Sample mit dem kleinsten gemeinsamen Zeitbereich gesetzt. Dieser reicht vom März 1977 bis zum Oktober 2005 (344 Werte). Alle drei Monatsreihen werden vor der weiteren Analyse auf Kointegration mit dem Census X12 Verfahren saisonbereinigt.



**Bild 3.2.1** Zins\_1



**Bild 3.2.2** Zins\_7



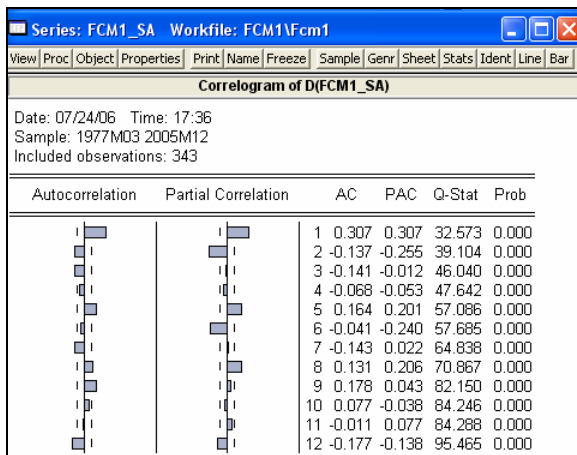
**Bild 3.2.3** Zins\_30

Die Einheitswurzeltest nach Dickey-Fuller und Philips-Perron können die Nullhypothese ( $H_0$ : Einheitswurzel liegt vor.) nur auf einem deutlich höheren Signifikanzniveau als 5% verwerfen. Folglich liegen in allen drei Reihen Einheitswurzeln vor und es macht demzufolge Sinn, auf Kointegration zu testen.

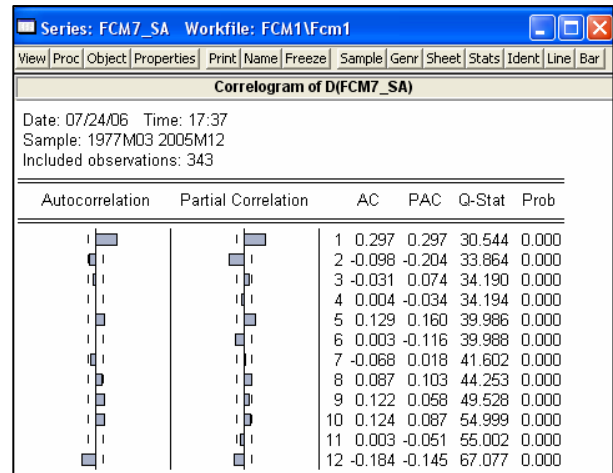
**Tabelle 3.2.1** Einheitswurzeltests mit Ablehnungswahrscheinlichkeit für  $H_0$

Reihe	ADF-Vergleichswert	Philips-Perron-Vergleichswert
Zins_1	-1,6692 [0,4460]	-1,5092 [0,5280]
Zins_7	-1,0276 [0,7443]	-1,1616 [0,6918]
Zins_30	-0,8514 [0,8026]	-1,0023 [0,7534]

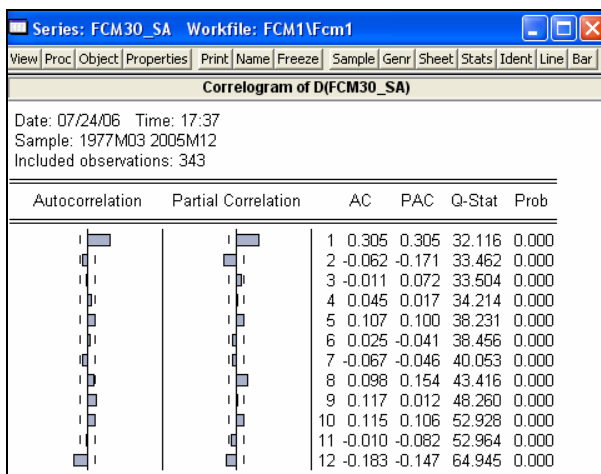
Die Korrelogramme weisen auf Zeitverzögerungen bis zum Lag 3 hin.



**Bild 3.2.4** Korrelogramme Diff Zins\_1



**Bild 3.2.5** Korrelogramme Diff Zins\_7



**Bild 3.2.6** Korrelogramme Diff Zins\_30

Es wird zunächst das Übersichtsschema mit allen Varianten des Johansen-Tests erzeugt.

**Tabelle 3.2.2** Kointegrationstests im Überblick

Date: 07/24/06 Time: 16:35 Sample: 1977M03 2005M10 Included observations: 340 Series: FCM1_SA FCM7_SA FCM30_SA Lags interval: 1 to 3 Selected (0.05 level*) Number of Cointegrating Relations by Model					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	1	1	1	1	3
Max-Eig	1	1	1	0	1
*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)					

Unter der Hypothese mit einem linearen Trend in der Gleichgewichtsbeziehung wird eine Kointegrationsgleichung empfohlen (Testvariante 3).

**Tabelle 3.2.3** Johansen Test auf linearen deterministischen Trend

Date: 07/24/06 Time: 16:35 Sample (adjusted): 1977M07 2005M10 Included observations: 340 after adjustments Trend assumption: Linear deterministic trend Series: FCM1_SA FCM7_SA FCM30_SA Lags interval (in first differences): 1 to 3				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.070550	35.14449	29.79707	0.0110
At most 1	0.022960	10.26949	15.49471	0.2606
At most 2	0.006952	2.372069	3.841466	0.1235
Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.070550	24.87500	21.13162	0.0142
At most 1	0.022960	7.897417	14.26460	0.3892
At most 2	0.006952	2.372069	3.841466	0.1235
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				

Die Möglichkeit einen quadratischen Trend in die Gleichgewichtsbeziehung einzubauen, scheidet an der Signifikanzprüfung des entsprechenden Parameters und wird deshalb nicht weiter betrachtet. Die Optimierungskriterien der Modellschätzung weisen auf ein Fehlerkorrekturmodell mit drei Zeitverzögerungen hin (siehe Tabelle 3.2.5). In der Tabelle 3.2.6 mit den Schätzergebnissen fällt auf, dass die beiden Gewichte für Zins\_7 und Zins\_30 sowohl in

der Kointegrationsgleichung als auch in den entsprechenden Gleichungen für die Zuwächse von Zins\_7 und Zins\_30 auf dem 5%-Level signifikant sind. Der Gleichgewichtseinfluss der sieben- und 30-jährigen Schatzbriefen fällt mit 0,094 und 0,067 deutlich höher als bei den Jahrespapieren mit 0,033. Der Spitzenwert für die 7-Jahres-Papiere könnte mit Blick auf den aus der Volkswirtschaftslehre bekannten Siebenjahreszyklus als konjunkturbedingtes Anlageverhalten interpretiert werden.

**Tabelle 3.2.4** Optimierungskriterien der Modellschätzung

Ansatz	ReiheAnsatz	AIC	SBC	R <sup>2</sup> in %
Lag 1 – 3	Zins_1	1,356	1,480	20,9
	Zins_7	0,588	0,712	20,3
	Zins_30	0,184	0,308	18,6
	Ges.	-1,312	-0,907	
Lag 1 – 2	Zins_1	1,364	1,454	18,7
	Zins_7	0,630	0,720	15,1
	Zins_30	0,218	0,308	14,1
	Ges.	-1,299	-0,995	
Lag 1 – 1	Zins_1	1,410	1,466	13,2
	Zins_7	0,655	0,711	11,4
	Zins_30	0,225	0,281	11,7
	Ges.	-1,244	-1,042	
Lag 0	Zins_1	1,532	1,554	0,0
	Zins_7	0,745	0,768	1,0
	Zins_30	0,325	0,347	0,0
	Ges.	-1,063	-0,962	

Die sehr umfangreichen Formeldarstellungen lassen sich in der Matrixschreibweise etwas zusammenfassen. Die Teststatistiken zeigen, dass keine Korrelation zum Lag 1 (LM-Test) und keine serielle Korrelation bis zum Lag 4 (Portmanteau-Test) in den Residuen zu finden sind. Bei den Lags 7 und 12 sind in den Korrelogrammen der Residuen jeweils Ausschläge zu erkennen (vgl. Bild 3.2.6).

**Tabelle 3.2.5** Ergebnisse der Modellschätzung im Ausgangsmodell

Vector Error Correction Estimates			
Date: 07/24/06 Time: 16:33			
Sample (adjusted): 1977M07 2005M10			
Included observations: 340 after adjustments			
t-statistics in [ ]			
Cointegrating Eq:	CointEq1		
FCM1_SA(-1)	1.000000		
FCM7_SA(-1)	-2.948213		
	[-9.55004]		
FCM30_SA(-1)	2.072099		
	[ 5.86024]		
C	-0.668675		
Error Correction:	D(FCM1_SA)	D(FCM7_SA)	D(FCM30_SA)
CointEq1	0.033491	0.094469	0.066998
	[ 0.76942]	[ 3.18555]	[ 2.76511]
D(FCM1_SA(-1))	0.038735	-0.201659	-0.182074
	[ 0.37013]	[-2.82825]	[-3.12540]
D(FCM1_SA(-2))	-0.111670	0.044088	-0.004530
	[-1.08038]	[ 0.62606]	[-0.07873]
D(FCM1_SA(-3))	-0.282796	-0.298151	-0.227980
	[-2.78631]	[-4.31168]	[-4.03519]
D(FCM7_SA(-1))	0.839976	0.722677	0.523955
	[ 2.67461]	[ 3.37747]	[ 2.99707]
D(FCM7_SA(-2))	-0.008493	-0.078521	0.017640
	[-0.02797]	[-0.37955]	[ 0.10436]
D(FCM7_SA(-3))	0.416173	0.414117	0.353328
	[ 1.36679]	[ 1.99621]	[ 2.08458]
D(FCM30_SA(-1))	-0.312007	-0.133154	-0.020008
	[-0.99387]	[-0.62255]	[-0.11450]
D(FCM30_SA(-2))	-0.334873	-0.276539	-0.218584
	[-1.08847]	[-1.31932]	[-1.27634]
D(FCM30_SA(-3))	0.011934	0.001449	-0.047029
	[ 0.03913]	[ 0.00698]	[-0.27702]
C	-0.002446	-0.005121	-0.006247
	[-0.09595]	[-0.29484]	[-0.44020]

Die Modellschätzung weist fast 2/3 der geschätzten Parameter als nicht signifikant aus. Das Modell ist folglich als statistisch unsicher einzustufen. Durch Wechsel zu einem Modell ohne Trend im Gleichgewicht und mit einer Zeitverzögerung, wäre der Anteil unsicherer Parameter allerdings auch nicht geringer. Die spezifizierte Gleichgewichtsbeziehung im Trendmodell lautet

$$FCM1\_SA(t) = 2,948 \cdot FCM7\_SA(t) - 2,072 \cdot FCM30\_SA(t) + 0,669 + z(t).$$

Die Zinsentwicklung von Jahres- und 7-Jahrespapieren ziehen sich gegenseitig hoch, während die Zinsdynamik von 30-Jahresanleihen gegenläufig zum aktuellen Trend wirkt.

Eine ausführliche Darstellung des VEC-Modells zum Zeitpunkt t enthält der folgende Formelsatz:

$$\Delta FCM1\_SA =$$

$$\begin{aligned}
& + 0,033 \cdot [FCM1\_SA(-1) - 2,948 \cdot FCM7\_SA(-1) + 2,072 \cdot FCM30\_SA(-1) - 0,669] \\
& + 0,039 \cdot \Delta FCM1\_SA(-1) + 0,849 \cdot \Delta FCM7\_SA(-1) - 0,312 \cdot \Delta FCM30\_SA(-1) \\
& - 0,112 \cdot \Delta FCM1\_SA(-2) - 0,008 \cdot \Delta FCM7\_SA(-2) - 0,335 \cdot \Delta FCM30\_SA(-2) \\
& - 0,283 \cdot \Delta FCM1\_SA(-3) + 0,416 \cdot \Delta FCM7\_SA(-3) + 0,012 \cdot \Delta FCM30\_SA(-3) \\
& - 0,002
\end{aligned}$$

$$\Delta FCM7\_SA =$$

$$\begin{aligned}
& + 0,094 \cdot [FCM1\_SA(-1) - 2,948 \cdot FCM7\_SA(-1) + 2,072 \cdot FCM30\_SA(-1) - 0,669] \\
& - 0,202 \cdot \Delta FCM1\_SA(-1) + 0,723 \cdot \Delta FCM7\_SA(-1) - 0,133 \cdot \Delta FCM30\_SA(-1) \\
& + 0,044 \cdot \Delta FCM1\_SA(-2) - 0,079 \cdot \Delta FCM7\_SA(-2) - 0,277 \cdot \Delta FCM30\_SA(-2) \\
& - 0,298 \cdot \Delta FCM1\_SA(-3) + 0,414 \cdot \Delta FCM7\_SA(-3) + 0,001 \cdot \Delta FCM30\_SA(-3) \\
& - 0,005
\end{aligned}$$

$$\Delta FCM30\_SA =$$

$$\begin{aligned}
& + 0,067 \cdot [FCM1\_SA(-1) - 2,948 \cdot FCM7\_SA(-1) + 2,072 \cdot FCM30\_SA(-1) - 0,669] \\
& - 0,182 \cdot \Delta FCM1\_SA(-1) + 0,524 \cdot \Delta FCM7\_SA(-1) - 0,020 \cdot \Delta FCM30\_SA(-1) \\
& - 0,004 \cdot \Delta FCM1\_SA(-2) + 0,018 \cdot \Delta FCM7\_SA(-2) - 0,219 \cdot \Delta FCM30\_SA(-2) \\
& - 0,228 \cdot \Delta FCM1\_SA(-3) + 0,353 \cdot \Delta FCM7\_SA(-3) + 0,047 \cdot \Delta FCM30\_SA(-3) \\
& - 0,006.
\end{aligned}$$

Eine übersichtlichere Zusammenfassung der Formeln mit Hilfe von Vektoren und Matrizen schließt sich an. Die Test auf serielle Korrelation lehnen bis zum Lag 4 ab (vgl. Tabellen 3.2.6 und 3.2.7). Die Durbin-Watson-Statistiken betragen 1,985 (Zins\_1), 1,959 (ZINS\_7) und 1,963 (ZINS\_30), so dass auch mit dem entsprechenden Test eine Korrelation erster Ordnung zwischen den Residuen jeweils abgelehnt wird.



$$\begin{pmatrix} \Delta FCM1\_SA \\ \Delta FCM7\_SA \\ \Delta FCM30\_SA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,002 \\ -0,005 \\ -0,006 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0,033 \cdot (FCM1\_SA(-1) - 2,948 \cdot FCM7\_SA(-1) + 2,072 \cdot FCM30\_SA(-1) - 0,669) \\ 0,094 \cdot (FCM1\_SA(-1) - 2,948 \cdot FCM7\_SA(-1) + 2,072 \cdot FCM30\_SA(-1) - 0,669) \\ 0,067 \cdot (FCM1\_SA(-1) - 2,948 \cdot FCM7\_SA(-1) + 2,072 \cdot FCM30\_SA(-1) - 0,669) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} +0,039 & +0,840 & -0,312 \\ -0,202 & +0,723 & -0,133 \\ -0,182 & 0,524 & -0,020 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta FCM1\_SA(-1) \\ \Delta FCM7\_SA(-1) \\ \Delta FCM30\_SA(-1) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -0,112 & -0,008 & -0,335 \\ +0,044 & -0,078 & -0,277 \\ -0,005 & +0,018 & -0,219 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta FCM1\_SA(-2) \\ \Delta FCM7\_SA(-2) \\ \Delta FCM30\_SA(-2) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -0,282 & +0,416 & +0,012 \\ -0,298 & +0,414 & +0,001 \\ -0,228 & +0,353 & -0,047 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta FCM1\_SA(-3) \\ \Delta FCM7\_SA(-3) \\ \Delta FCM30\_SA(-3) \end{pmatrix}.$$

**Tabelle 3.2.6** Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell

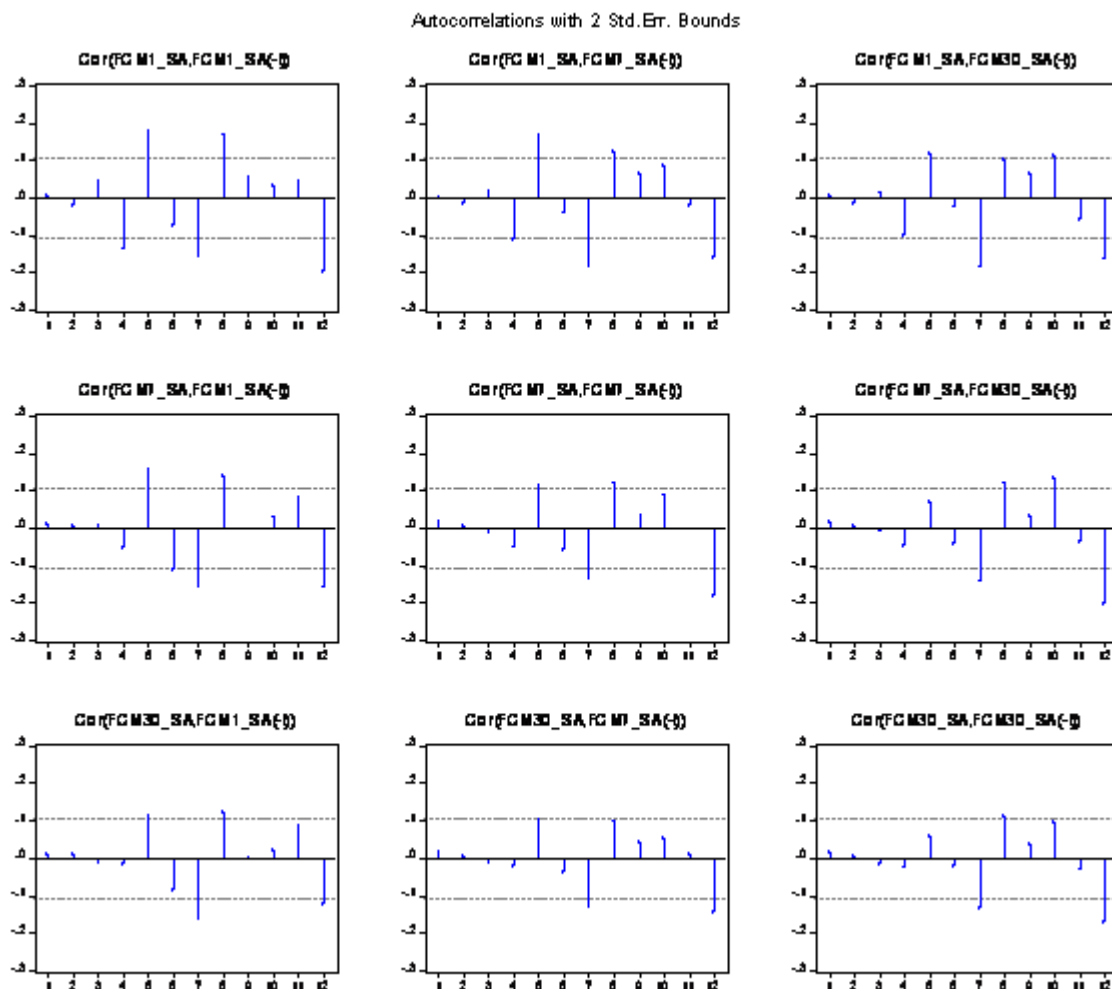
VEC Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
H0: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 07/24/06 Time: 16:44					
Sample: 1977M03 2005M10					
Included observations: 340					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	0.219482	NA*	0.220130	NA*	NA*
2	1.145712	NA*	1.151840	NA*	NA*
3	3.795883	NA*	3.825604	NA*	NA*
4	15.11340	0.0879	15.27785	0.0836	9
5	38.98291	0.0029	39.50363	0.0024	18
6	46.50902	0.0112	47.16493	0.0095	27
7	69.45501	0.0007	70.59327	0.0005	36
8	88.08227	0.0001	89.66938	0.0001	45
9	95.59756	0.0004	97.38901	0.0003	54
10	114.6973	0.0001	117.0675	0.0000	63
11	132.0253	0.0000	134.9749	0.0000	72
12	162.7368	0.0000	166.8099	0.0000	81

\*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

**Tabelle 3.2.7** LM-Test im Ausgangsmodell

VEC Residual Serial Correlation LM Tests		
H0: no serial correlation at lag order h		
Date: 07/24/06 Time: 16:45		
Sample: 1977M03 2005M10		
Included observations: 340		
Lags	LM-Stat	Prob
1	5.977992	0.7421
2	17.00903	0.0486
3	19.38261	0.0221
4	14.83153	0.0957
5	27.13440	0.0013
6	8.502653	0.4844
7	24.63235	0.0034
8	19.90263	0.0185
9	8.031997	0.5309
10	19.64821	0.0202
11	18.31502	0.0317
12	32.64283	0.0002

Probs from chi-square with 9 df.

**Bild 3.2.7** Korrelogramme der Residuen der drei Fehlerkorrekturgleichungen

**Tabelle 3.2.8** Ergebnisse der Modellschätzung nach Parameterreduktion

System: SYS01				
Estimation Method: Seemingly Unrelated Regression				
Date: 01/10/08 Time: 15:56				
Sample: 1977M07 2005M10				
Included observations: 340				
Total system (balanced) observations 1020				
Linear estimation after one-step weighting matrix				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(3)	-0.155475	0.042175	-3.686395	0.0002
C(4)	-0.254697	0.090373	-2.818272	0.0049
C(5)	0.646306	0.076417	8.457571	0.0000
C(7)	0.397496	0.138269	2.874794	0.0041
C(9)	-0.273412	0.114194	-2.394288	0.0168
C(12)	0.078717	0.015587	5.050205	0.0000
C(13)	-0.228886	0.036376	-6.292236	0.0000
C(15)	-0.283813	0.061644	-4.604046	0.0000
C(16)	0.650946	0.067453	9.650302	0.0000
C(18)	0.403923	0.094166	4.289492	0.0000
C(20)	-0.301334	0.068059	-4.427543	0.0000
C(23)	0.053660	0.015703	3.417131	0.0007
C(24)	-0.213995	0.036246	-5.903929	0.0000
C(26)	-0.223523	0.050523	-4.424156	0.0000
C(27)	0.547914	0.060291	9.087765	0.0000
C(29)	0.311296	0.076925	4.046753	0.0001
C(31)	-0.195335	0.055697	-3.507088	0.0005
Determinant residual covariance		4.52E-05		
Equation: $D(FCM1\_SA) = C(3)*D(FCM1\_SA(-2)) + C(4)*D(FCM1\_SA(-3)) + C(5)*D(FCM7\_SA(-1)) + C(7)*D(FCM7\_SA(-3)) + C(9)*D(FCM30\_SA(-2))$				
Observations: 340				
R-squared	0.201914	Mean dependent var	-0.005927	
Adjusted R-squared	0.192385	S.D. dependent var	0.519672	
S.E. of regression	0.467016	Sum squared resid	73.06467	
Prob(F-statistic)	1.920660			
Equation: $D(FCM7\_SA) = C(12)*(FCM1\_SA(-1) - 2.94821295692 *FCM7\_SA(-1) + 2.07209947356*FCM30\_SA(-1) - 0.668675449069) + C(13)*D(FCM1\_SA(-1)) + C(15)*D(FCM1\_SA(-3)) + C(16)*D(FCM7\_SA(-1)) + C(18)*D(FCM7\_SA(-3)) + C(20)*D(FCM30\_SA(-2))$				
Observations: 340				
R-squared	0.198221	Mean dependent var	-0.008311	
Adjusted R-squared	0.186218	S.D. dependent var	0.352740	
S.E. of regression	0.318206	Sum squared resid	33.81924	
Prob(F-statistic)	1.954366			
Equation: $D(FCM30\_SA) = C(23)*(FCM1\_SA(-1) - 2.94821295692 *FCM7\_SA(-1) + 2.07209947356*FCM30\_SA(-1) - 0.668675449069) + C(24)*D(FCM1\_SA(-1)) + C(26)*D(FCM1\_SA(-3)) + C(27)*D(FCM7\_SA(-1)) + C(29)*D(FCM7\_SA(-3)) + C(31)*D(FCM30\_SA(-2))$				
Observations: 340				
R-squared	0.183075	Mean dependent var	-0.009298	
Adjusted R-squared	0.170845	S.D. dependent var	0.285126	
S.E. of regression	0.259630	Sum squared resid	22.51423	
Prob(F-statistic)	1.972911			

Nach der Signifikanzprüfung verringert sich die Parameteranzahl in den drei Fehlerkorrekturgleichungen ganz erheblich von 33 auf 17 (vgl. Tabelle 3.2.8). Auffällig ist dabei der Verlust des Wechselwirkungsterms in der ersten Fehlerkorrekturgleichung.

$$\begin{pmatrix} \Delta\text{FCM1\_SA} \\ \Delta\text{FCM7\_SA} \\ \Delta\text{FCM30\_SA} \end{pmatrix} =$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0,079 \cdot (\text{FCM1\_SA}(-1) - 2,948 \cdot \text{FCM7\_SA}(-1) + 2,072 \cdot \text{FCM30\_SA}(-1) - 0,669) \\ 0,054 \cdot (\text{FCM1\_SA}(-1) - 2,948 \cdot \text{FCM7\_SA}(-1) + 2,072 \cdot \text{FCM30\_SA}(-1) - 0,669) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & +0,646 & 0 \\ -0,229 & +0,651 & 0 \\ -0,214 & 0,548 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\text{FCM1\_SA}(-1) \\ \Delta\text{FCM7\_SA}(-1) \\ \Delta\text{FCM30\_SA}(-1) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -0,155 & 0 & -0,273 \\ 0 & 0 & -0,301 \\ 0 & 0 & -0,195 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\text{FCM1\_SA}(-2) \\ \Delta\text{FCM7\_SA}(-2) \\ \Delta\text{FCM30\_SA}(-2) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -0,255 & +0,397 & 0 \\ -0,284 & +0,404 & 0 \\ -0,224 & +0,311 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta\text{FCM1\_SA}(-3) \\ \Delta\text{FCM7\_SA}(-3) \\ \Delta\text{FCM30\_SA}(-3) \end{pmatrix} .$$

Das abergestützte Modell lässt sich folgender Maßen interpretieren:

- Vorzeichen in der Kointegrationsgleichung:  
FCM1 wächst gleichgerichtet mit FCM7, entgegengesetzt gerichtet zu FCM30. Die Wirkungsmacht ist ähnlich stark.
- Vorzeichen der Kointegrationsparameter in den Fehlerkorrekturgleichungen:  
Das LGW spielt für die Kurzfristedynamik von FCM1 keine Rolle. Das LGW wirkt auf die Kurzfristedynamik von FCM7 und FCM30 gleichermaßen verstärkend (positive Störung des LGW steigert jeweils die KD).
- Größenvergleich der Kointegrationsparameter in den Fehlerkorrekturgleichungen:  
Die Fehlerkorrekturgleichung für FCM1 enthält keinen Kointegrationsterm (Kurzfristedynamik unabhängig vom langfristigen Gleichgewicht). Die Wirkungsmacht des LGW in den beiden anderen Fehlerkorrekturgleichungen ist ähnlich stark.

- **Parameterstruktur in der ersten Fehlerkorrekturgleichung:**  
Beim Abrüsten der Ausgangsgleichung fallen 5 Terme heraus, wobei der Wechselwirkungsterm besonders schwer wirkt. Es bleiben aber alle drei Variablen auf der rechten Seite der Modellgleichung präent. Die Parameteranzahl ist für jedes Lag gleich zwei.
- **Parameterstruktur in der zweiten Fehlerkorrekturgleichung:**  
Beim Abrüsten des Ausgangsmodells fallen nur 4 Terme heraus, ohne dass eine der drei Variablen völlig von der rechten Seite verschwindet. Auffällig ist, dass zum Lag 2 nur ein Term mit FCM30 erscheint.
- **Parameterstruktur in der dritten Fehlerkorrekturgleichung:**  
Beim Abrüsten des Ausgangsmodells fallen ebenfalls 4 Terme heraus, ohne dass eine der drei Variablen völlig von der rechten Seite verschwindet. Auffällig ist auch hier, dass zum Lag 2 nur ein Term mit FCM30 erscheint.
- **Erklärungsgüte aller Fehlerkorrekturgleichungen:**  
Die adjungierten Bestimmtheitsmaße fallen leicht ab, ohne sich gravierend zu unterscheiden ( $19,2 > 18,6 > 17,2$ ).

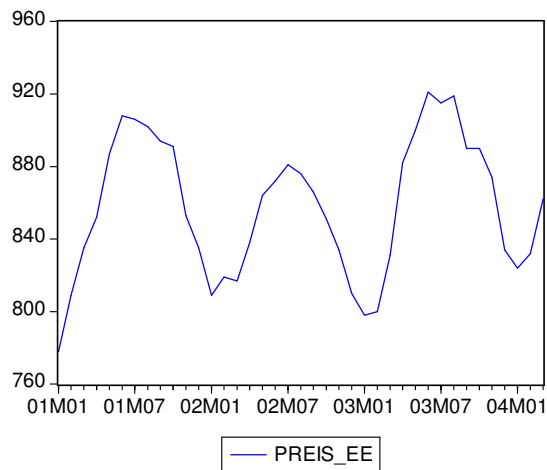
**Tabelle 3.2.9** Test auf serielle Autokorrelation im reduzierten Modell

System Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 01/10/08 Time: 15:58					
Sample: 1977M07 2005M10					
Included observations: 340					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	3.951258	0.9146	3.962914	0.9138	9
2	8.555872	0.9692	8.594774	0.9684	18
3	11.93214	0.9946	12.00110	0.9943	27
4	24.06514	0.9358	24.27854	0.9315	36
5	44.71094	0.4841	45.23248	0.4622	45
6	52.59528	0.5287	53.25846	0.5030	54
7	74.92932	0.1444	76.06199	0.1250	63
8	94.54027	0.0387	96.14549	0.0302	72
9	102.9565	0.0504	104.7906	0.0389	81
10	121.0857	0.0161	123.4691	0.0111	90
11	141.3924	0.0033	144.4548	0.0020	99
12	171.4349	0.0001	175.5964	0.0000	108

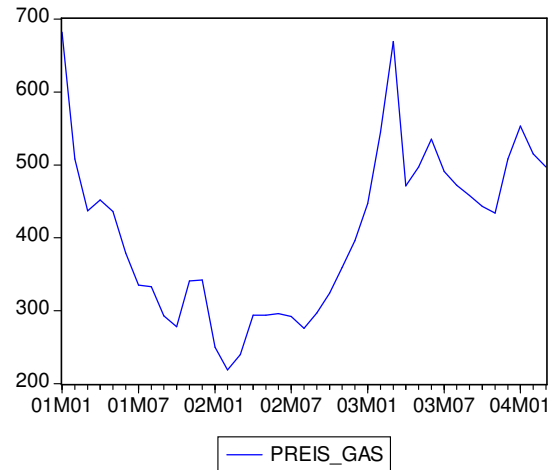
\*The test is valid only for lags larger than the System lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

### 3.3 Kointegration von Preisen für Elektroenergie und Erdgas

Die Beziehung von Preisen für Elektroenergie und Gas soll nun auf eine mögliche Kointegration hin untersucht werden. Beide Monatsreihen umfassen 43 Werte und reichen vom Januar 2001 bis zum Juli 2004 (Quelle: EIA).



— PREIS\_EE

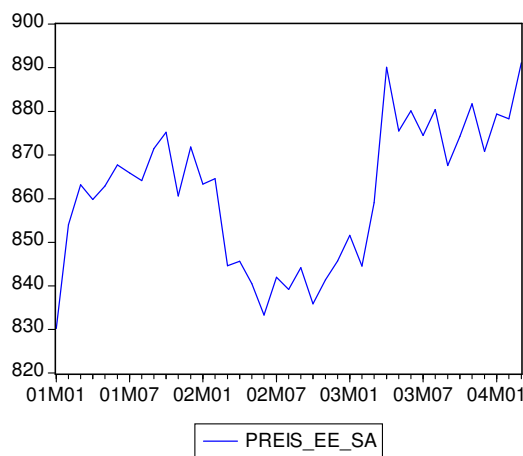


— PREIS\_GAS

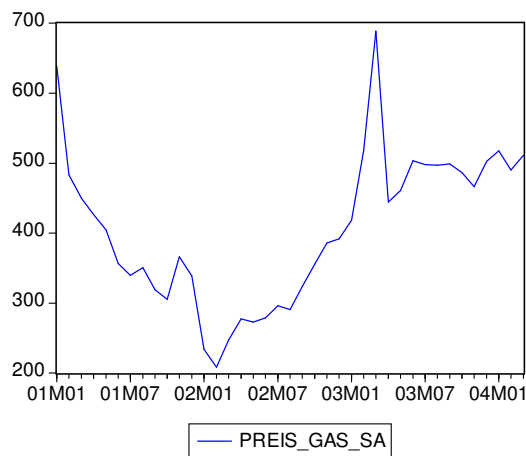
**Bild 3.3.1** Originaldaten EE

**Bild 3.3.2** Originaldaten GAS

Der Saisoneinfluss wird mit Hilfe des X12 Verfahrens heraus gerechnet.



— PREIS\_EE\_SA



— PREIS\_GAS\_SA

**Bild 3.3.3** Saisonbereinigte Daten EE

**Bild 3.3.4** Saisonbereinigte Daten GAS

Die Einheitswurzeltests nach Dickey-Fuller und Philips-Perron lehnen die Nullhypothese erst auf einem deutlich höheren Signifikanzniveau als 5% ab. Beide saisonbereinigten Reihen verfügen demnach über Einheitswurzeln.

**Tabelle 3.3.1** Einheitswurzeltests und Ablehnungswahrscheinlichkeiten für  $H_0$

Reihe	ADF-Vergleichswert	Philips-Perron-Vergleichswert
Preis EE	-2,1096 [0,2422]	-2,1824 [0,2157]
Preis GAS	-2,4564 [0,1339]	-2,4862 [0,1267]

Die Korrelogramme der einfachen Differenzen weisen zwar keine signifikanten Lags auf, es sollte in diesem Fall aber doch mindestens Lag 1 eingesetzt werden.

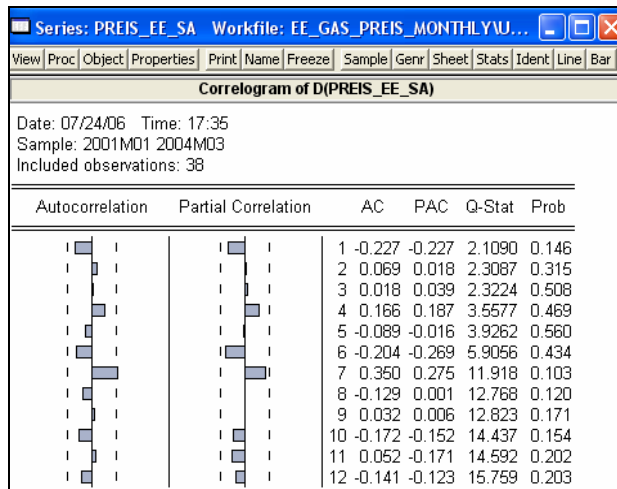


Bild 3.3.5 Korrelogramme Diff EE

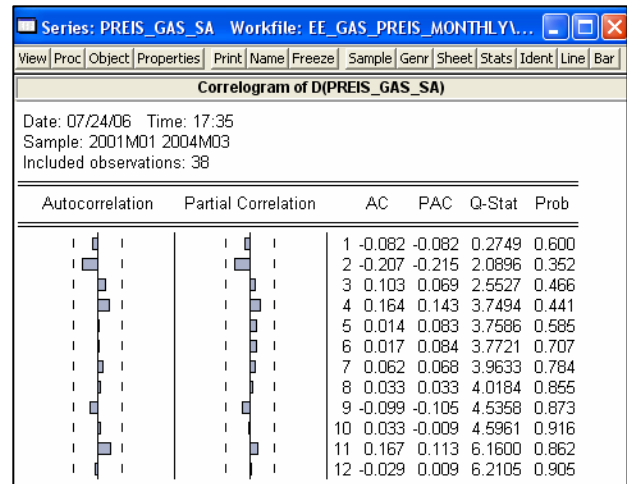


Bild 3.3.6 Korrelogramme Diff GAS

Für den Johansen-Test mit einem quadratischen Trend in der Gleichgewichtsbeziehung spricht die folgende Überblickstabelle.

Tabelle 3.3.2 Varianten des Johansen-Tests im Überblick

Date: 07/24/06 Time: 17:01					
Sample: 2001M01 2004M03					
Included observations: 37					
Series: PREIS_EE_SA PREIS_GAS_SA					
Lags interval: 1 to 1					
Selected (0.05 level*) Number of Cointegrating Relations by Model					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Trace	1	1	1	1	2
Max-Eig	1	1	1	1	2
*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)					

Wird diese Variante dann gesondert betrachtet, wird deutlich, dass beide Tests (Trace und Eigen-Value auf mehrere Möglichkeiten für Kointegrationsbeziehungen hinweisen (vgl. Tabelle 3.3.3).

**Tabelle 3.3.3** Johansen-Test auf quadratischen Trend

Date: 07/24/06 Time: 17:00 Sample (adjusted): 2001M03 2004M03 Included observations: 37 after adjustments Trend assumption: Quadratic deterministic trend Series: PREIS_EE_SA PREIS_GAS_SA Lags interval (in first differences): 1 to 1				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.558295	34.88369	18.39771	0.0001
At most 1 *	0.118112	4.650542	3.841466	0.0310
Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.558295	30.23315	17.14769	0.0004
At most 1 *	0.118112	4.650542	3.841466	0.0310
Max-eigenvalue test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				

Das Minimum wird für Fehlerkorrekturmodelle mit einer Zeitverzögerung ermittelt.

**Tabelle 3.3.4** Optimierungskriterien der Schätzung

Ansatz	ReiheAnsatz	AIC	SBC	R <sup>2</sup> in %
Lag 1 – 3	Preis EE	6,778	7,178	68,2
	Preis GAS	11,039	11,439	41,6
	Ges.	17,801	18,690	
Lag 1 – 2	Preis EE	6,744	7,052	64,3
	Preis GAS	11,024	11,332	33,3
	Ges.	17,683	18,387	
Lag 1 – 1	Preis EE	6,732	6,950	60,0
	Preis GAS	11,063	11,280	20,5
	Ges.	17,599	18,122	
Lag 0	Preis EE	6,863	6,993	54,2
	Preis GAS	11,068	11,197	22,0
	Ges.	17,974	18,319	



**Tabelle 3.3.5** Ergebnisse der Modellschätzung im Ausgangsmodell

Vector Error Correction Estimates		
Date: 07/24/06 Time: 17:01		
Sample (adjusted): 2001M03 2004M03		
Included observations: 37 after adjustments		
t-statistics in [ ]		
Cointegrating Eq:	CointEq1	
PREIS_EE_SA(-1)	1.000000	
PREIS_GAS_SA(-1)	-0.226507	
	<b>[-6.73840]</b>	
@TREND(01M01)	0.747433	
C	-786.2337	
Error Correction:	D(PREIS_EE_SA)	D(PREIS_GAS_SA)
CointEq1	-0.374465	0.265129
	<b>[-5.68593]</b>	[ 0.46181]
D(PREIS_EE_SA(-1))	-0.353646	-2.431006
	[-2.69838]	[-2.12785]
D(PREIS_GAS_SA(-1))	-0.012558	-0.268095
	[-0.53766]	[-1.31672]
C	-0.467389	-19.78221
	[-0.19586]	[-0.95095]
@TREND(01M01)	0.093961	1.131042
	[ 0.88821]	[ 1.22651]

Die explizite Formeldarstellung des VEC-Modells lautet nach Einführung der Zeitvariablen für die Monate ( $t = 1, 2, \dots, n$ )

$$\Delta \text{PREIS\_EE\_SA}(t) = -0,374 \cdot \left[ \begin{array}{l} \text{PREIS\_EE\_SA}(t-1) - 0,226 \cdot \text{PREIS\_GAS\_SA}(t-1) \\ + 0,747 \cdot (t-1) - 786,234 \end{array} \right]$$

$$- 0,354 \cdot \Delta \text{PREIS\_EE\_SA}(t-1) - 0,013 \cdot \Delta \text{PREIS\_GAS\_SA}(t-1)$$

$$- 0,467 + 0,094 \cdot t$$

$$\Delta \text{PREIS\_GAS\_SA}(t) = +0,265 \cdot \left[ \begin{array}{l} \text{PREIS\_EE\_SA}(t-1) - 0,226 \cdot \text{PREIS\_GAS\_SA}(t-1) \\ + 0,747 \cdot (t-1) - 786,234 \end{array} \right]$$

$$- 2,431 \cdot \Delta \text{PREIS\_EE\_SA}(t-1) - 0,268 \cdot \Delta \text{PREIS\_GAS\_SA}(t-1)$$

$$- 19,782 + 1,131 \cdot t$$

mit der Kointegrationsbeziehung

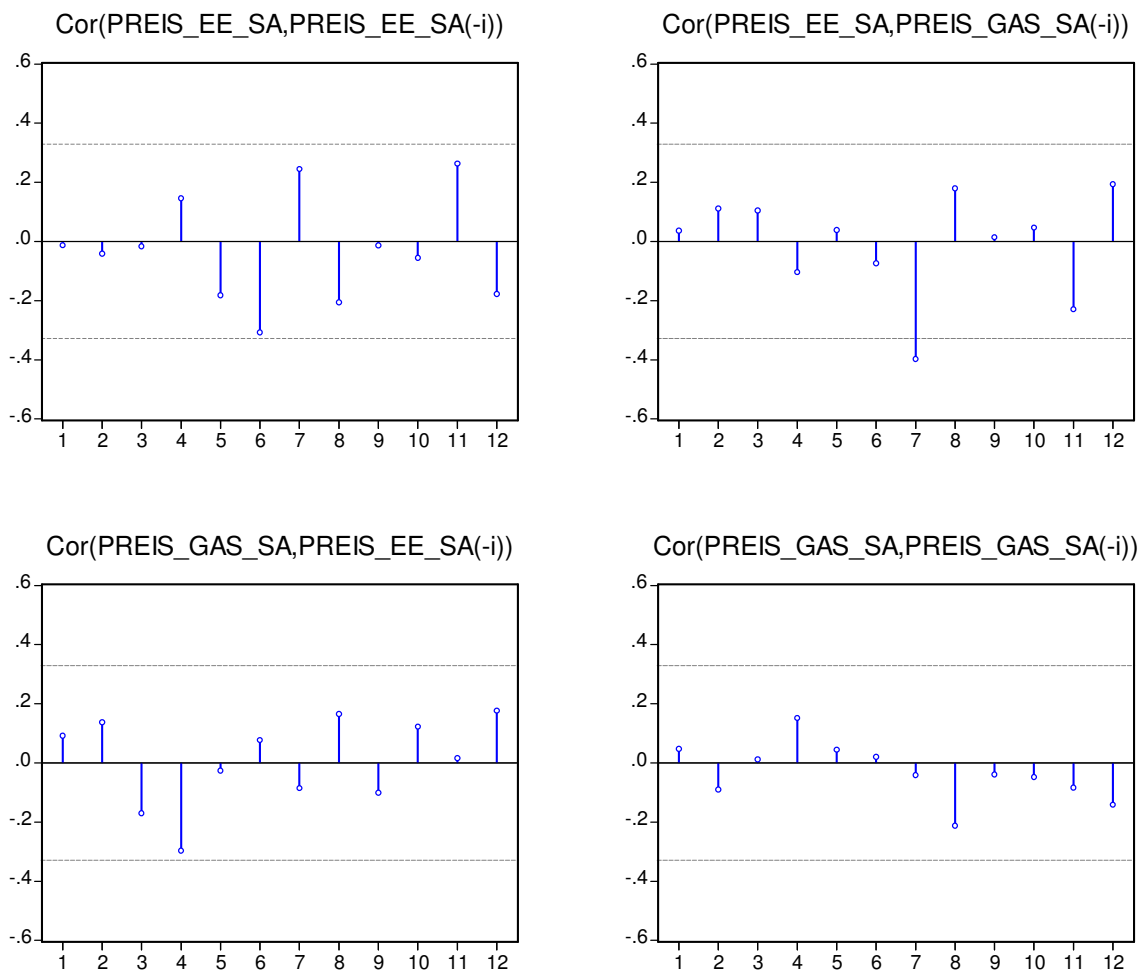
$$\text{PREIS\_EE\_SA}(t) = +0,226 \cdot \text{PREIS\_GAS\_SA}(t) - 0,747 \cdot t + 786,234 + z(t).$$

Das positive Vorzeichen in der Gleichgewichtsbeziehung zeigt an, dass sich die Preise für Elektroenergie und Ergas gegenseitig aufschaukeln. Die zusammengefasste Matrixgestalt ist:

$$\begin{pmatrix} \Delta PREIS\_EE\_SA(t) \\ \Delta PREIS\_GAS\_SA(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,374 \cdot (PREIS\_EE\_SA(t-1) - 0,226 \cdot PREIS\_GAS\_SA(t-1) + 0,747 \cdot (t-1) - 786,234) \\ + 0,265 \cdot (PREIS\_EE\_SA(t-1) - 0,226 \cdot PREIS\_GAS\_SA(t-1) + 0,747 \cdot (t-1) - 786,234) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0,354 & -0,013 \\ -2,431 & -0,268 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta PREIS\_EE\_SA(t-1) \\ \Delta PREIS\_GAS\_SA(t-1) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0,467 + 0,094 \cdot t \\ -19,782 + 1,131 \cdot t \end{pmatrix}.$$

Die Korrelogramme der Residuen beider Fehlerkorrekturgleichung weisen keine signifikanten Spitzen außerhalb der 2-Sigma-Grenzen auf.

Autocorrelations with 2 Std.Err. Bounds



**Bild 3.3.7** Korrelogramme der Residuen der Fehlerkorrekturgleichungen

Die beiden Testverfahren auf serielle Autokorrelation lehnen die Nullhypothese ( $H_0$ : Serielle Autokorrelation bis zum Lag  $h$  liegt nicht vor.) auf einem wesentlich höheren Signifikanzniveau als 5% ab. Somit gibt es keine Autokorrelation in den Modellresiduen zu beanstanden.

**Tabelle 3.3.6** Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell

VEC Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
H0: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 07/24/06 Time: 17:08					
Sample: 2001M01 2004M03					
Included observations: 37					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	1.243365	NA*	1.277903	NA*	NA*
2	2.444920	0.6545	2.548118	0.6360	4
3	4.556224	0.8038	4.845714	0.7739	8
4	7.878162	0.7946	8.570311	0.7391	12
5	9.956935	0.8689	10.97389	0.8111	16
6	16.67306	0.6741	18.98991	0.5225	20
7	26.08484	0.3489	30.59778	0.1657	24
8	28.65512	0.4302	33.87709	0.2049	28
9	29.75388	0.5807	35.32902	0.3137	32
10	30.37592	0.7327	36.18145	0.4602	36
11	35.56932	0.6699	43.57206	0.3220	40
12	37.63923	0.7395	46.63553	0.3645	44

\*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

**Tabelle 3.3.7** LM-Test im Ausgangsmodell

VEC Residual Serial Correlation LM Tests		
H0: no serial correlation at lag order h		
Date: 07/24/06 Time: 17:09		
Sample: 2001M01 2004M03		
Included observations: 37		
Lags	LM-Stat	Prob
1	4.288300	0.3684
2	2.065486	0.7237
3	2.504441	0.6438
4	3.582625	0.4654
5	2.471671	0.6497
6	8.489643	0.0752
7	10.01150	0.0402
8	2.933798	0.5690
9	1.496993	0.8272
10	0.788128	0.9400
11	5.623478	0.2291
12	3.432862	0.4882

Probs from chi-square with 4 df.

Die Durbin-Watson-Statistiken (1,912 PREIS\_EE bzw. 1,901 PREIS\_GAS) lehnen eine Korrelation erster Ordnung ebenfalls ab.

Werden die nichtsignifikanten Koeffizienten sukzessiv gestrichen, fallen die zusätzlichen Trendterme in den Fehlerkorrekturgleichungen heraus. Um ein interpretierbares Modell zu erhalten, müssen in einem erneuten Spezifikationslauf Korrelationen bis zum Lag 2 einbezogen werden.

**Tabelle 3.3.8** Ergebnisse der Modellschätzung nach Parameterreduktion

System: SYS01				
Estimation Method: Seemingly Unrelated Regression				
Date: 01/10/08 Time: 16:26				
Sample: 2001M04 2004M07				
Included observations: 40				
Total system (balanced) observations 80				
Linear estimation after one-step weighting matrix				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.190798	0.033771	-5.649729	0.0000
C(2)	-0.464767	0.111135	-4.181998	0.0001
C(5)	0.038168	0.016351	2.334267	0.0223
C(8)	0.698898	0.262218	2.665333	0.0094
C(10)	2.059246	0.763407	2.697444	0.0086
Determinant residual covariance		88146.82		
Equation: $D(EE\_SA) = C(1)*(EE\_SA(-1) - 0.402*GAS\_SA(-1) + 1.736*@TREND(01M01) - 739.389) + C(2)*D(EE\_SA(-1)) + C(5)*D(GAS\_SA(-2))$				
Observations: 40				
R-squared	0.523402	Mean dependent var	0.706097	
Adjusted R-squared	0.497640	S.D. dependent var	9.231327	
S.E. of regression	6.542924	Sum squared resid	1583.964	
Prob(F-statistic)	2.022007			
Equation: $D(GAS\_SA) = C(8)*(EE\_SA(-1) - 0.402*GAS\_SA(-1) + 1.736*@TREND(01M01) - 739.389291713) + C(10)*D(EE\_SA(-2))$				
Observations: 40				
R-squared	0.251939	Mean dependent var	2.996929	
Adjusted R-squared	0.232253	S.D. dependent var	57.44324	
S.E. of regression	50.33244	Sum squared resid	96267.47	
Prob(F-statistic)	1.835536			

Die Q-Statistik und die adjungierte Q-Statistik weisen auch im abgerüsteten Modell darauf hin, dass keine serielle Autokorrelation in den Residuen bis zum Lag 12 vorliegt (vgl. Tabelle 3.3.).

**Tabelle 3.3.9** Test auf serielle Autokorrelation im reduzierten Modell

System Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 01/10/08    Time: 16:36					
Sample: 2001M04 2004M07					
Included observations: 40					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	1.299252	0.8615	1.332566	0.8558	4
2	3.370845	0.9090	3.513190	0.8982	8
3	7.982004	0.7865	8.498227	0.7451	12
4	9.912302	0.8712	10.64300	0.8310	16
5	10.49729	0.9582	11.31156	0.9377	20
6	18.23344	0.7915	20.41292	0.6731	24
7	21.96414	0.7829	24.93497	0.6314	28
8	23.48534	0.8624	26.83648	0.7255	32
9	24.02272	0.9366	27.52987	0.8435	36
10	24.90540	0.9704	28.70678	0.9081	40
11	29.59680	0.9527	35.17767	0.8263	44
12	30.72044	0.9753	36.78287	0.8808	48

\*The test is valid only for lags larger than the System lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

Das entsprechend abgerüstete Modell

$$\begin{pmatrix} \Delta PREIS\_EE\_SA(t) \\ \Delta PREIS\_GAS\_SA(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,191 \cdot (PREIS\_EE\_SA(t-1) - 0,402 \cdot PREIS\_GAS\_SA(t-1) + 1,736 \cdot (t-1) - 739,389) \\ + 0,699 \cdot (PREIS\_EE\_SA(t-1) - 0,402 \cdot PREIS\_GAS\_SA(t-1) + 1,736 \cdot (t-1) - 739,389) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0,465 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta PREIS\_EE\_SA(t-1) \\ \Delta PREIS\_GAS\_SA(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0,038 \\ 0 & 2,059 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta PREIS\_EE\_SA(t-2) \\ \Delta PREIS\_GAS\_SA(t-2) \end{pmatrix}.$$

lässt sich wie folgt interpretieren:

- Die Langfristedynamik von EE- und GAS-Preisen weist eine **Richtungsübereinstimmung** (GAS-Parameter 0,402) und eine **Annäherung** (Trendparameter -1,736) auf.
- Das langfristige Preisgleichgewicht wirkt, absolut betrachtet, etwas stärker auf die Kurzfristedynamik der Gaspreise als auf die der EE-Preise ( $Abs(-0,191) < Abs(0,699)$ ).
- Die entsprechenden **Wirkungsrichtungen** sind allerdings **entgegengesetzt**: Eine positive Störung des langfristigen Gleichgewichts verringert die Preisdynamik für EE um den Faktor -0,191 und erhöht die Preisdynamik für GAS um den Faktor 0,699.
- Die Kurzfristedynamik der EE-Preise hängt von Preisveränderungen für EE (eine Periode zurück) und von Preisveränderungen für GAS (zwei Perioden zurück) ab.
- Die Kurzfristedynamik der GAS-Preise hängt **nicht** von kurzfristigen Veränderungen der EE-Preise, sondern nur von Gaspreisänderungen (zwei Perioden zurück) ab.
- Die Erklärungsgüte für die EE-Preisänderung ist fast **doppelt** so hoch wie die für die GAS-Preisänderung.

### 3.4 VAR für den Preis und die Nachfrage von Elektroenergie in New England

Die Beziehung zwischen stündlicher Nachfrage in MWh und Preis in \$/MWh vom 1.1.2004 bis zum 17.1.2005 im Stromverbund ISO New England ist bereits mit Hilfe von ARIMA- und GARCH-Modellen analysiert worden (siehe Götze [2005]). Nun soll die Anwendbarkeit von VAR-Modellen mit Dummy-Regressoren untersucht werden (vgl. Fan u. A.[2006]).

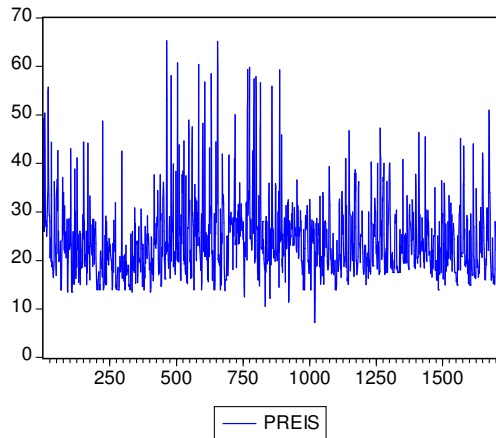


Bild 3.4.1 Preisdynamik

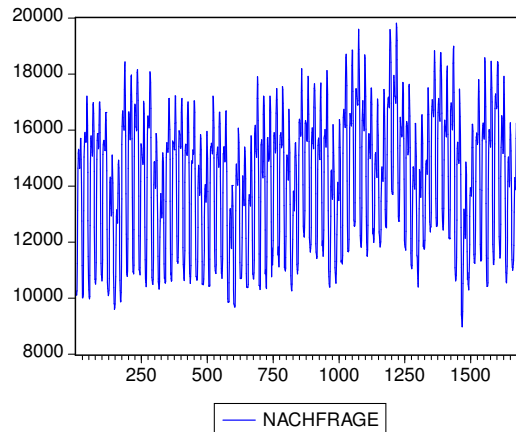


Bild 3.4.2 Nachfragedynamik

Einheitswurzel liegen keine vor. Die Korrelogramme weisen auf Spitzen bis zum Lag 3 hin.

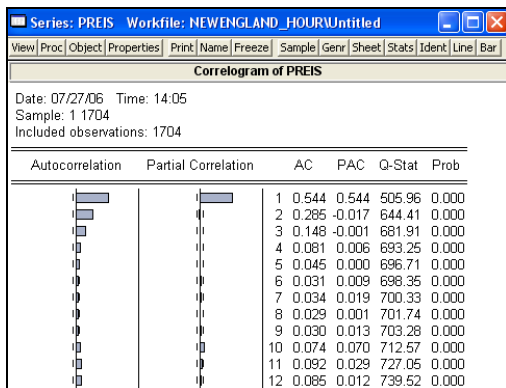


Bild 3.4.3 Preiskorrelogramme

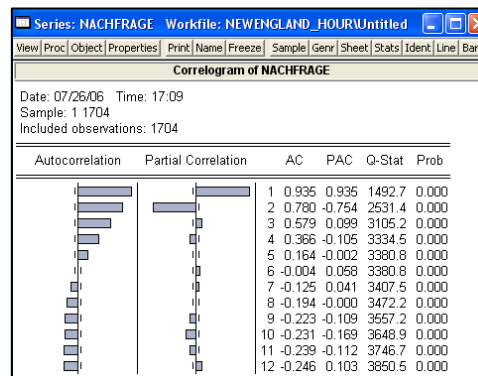


Bild 3.4.4 Nachfragekorrelogramme

Das Minimum der Optimierungskriterien wird bis auf das SBC für drei Lags erreicht.

Tabelle 3.4.1 Optimierungskriterien der Schätzung

Ansatz	ReiheAnsatz	AIC	SBC	R <sup>2</sup> in %
Lag 1 – 3	Nachfrage	15,350	15,372	95,1
	Preis EE	6,574	6,596	31,0
Lag 1 – 2	Nachfrage	15,360	15,376	95,0
	Preis EE	6,576	6,592	30,6
Lag 1 – 1	Nachfrage	16,263	16,273	87,7
	Preis EE	6,578	6,578	30,3

Allerdings lassen sich die meisten Parameter der Preisgleichung in diesem Fall nicht signifikant schätzen. Deshalb wird auf Lag 2 zurück gestuft (siehe Tabelle 3.4.2).

**Tabelle 3.4.2** Schätzergebnisse

Vector Autoregression Estimates		
Date: 07/26/06 Time: 17:07		
Sample (adjusted): 3 1704		
Included observations: 1702 after adjustments		
t-statistics in [ ]		
	NACHFRAGE	PREIS
NACHFRAGE(-1)	1.658004 [ 107.046]	7.68E-05 [ 0.40061]
NACHFRAGE(-2)	-0.773053 [-49.7852]	-0.000330 [-1.71575]
PREIS(-1)	-0.015277 [-0.00778]	0.549595 [ 22.6257]
PREIS(-2)	-9.285288 [-4.77325]	-0.020580 [-0.85477]
C	1858.241 [ 19.5620]	14.96061 [ 12.7249]

Die Gleichungen des VAR-Modells lauten

$$\text{NACHFRAGE} = +1,658004 \cdot \text{NACHFRAGE}(-1) - 0,015277 \cdot \text{PREIS}(-1)$$

$$- 0,773053 \cdot \text{NACHFRAGE}(-2) - 9,285288 \cdot \text{PREIS}(-2) + 1858,241$$

$$\text{PREIS} = 0,000077 \cdot \text{NACHFRAGE}(-1) + 0,549595 \cdot \text{PREIS}_{\text{SA}}(-1)$$

$$- 0,000330 \cdot \text{NACHFRAGE}(-2) - 0,020580 \cdot \text{PREIS}(-2) + 14,96061.$$

Die Matrixform gibt die Modellstruktur etwas übersichtlicher zur Kenntnis:

$$\begin{pmatrix} \text{NACHFRAGE} \\ \text{PREIS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1,658004 & -0,015277 \\ +0,000008 & +0,549595 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{NACHFRAGE}(-1) \\ \text{PREIS}(-1) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0,773053 & -9,285288 \\ -0,000330 & -0,020580 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{NACHFRAGE}(-2) \\ \text{PREIS}(-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1858,241 \\ 14,96061 \end{pmatrix}.$$

Der Portmanteau-Test auf serielle Autokorrelation verwirft die Nullhypothese über fehlende Autokorrelation z. B. bis zum Lag 3, der LM-Test hingegen nicht (vgl. Tabelle 3.4.3 und 3.4.4). Die Durbin-Watson-Statistiken (1,975 Nachfrage bzw. 2,004 Preis EE) lehnen eine Korrelation erster Ordnung zwischen den Residuen ab.

Die Korrelogramme der Residuen weisen allerdings einige Spitzen außerhalb der 2-Sigma-Grenzen aus, die auf weitere noch nicht erfasste Strukturen hindeuten (vgl. Bild 4.3.5).

Die Erklärungsgüte des VAR-Modells bleibt hinter der eines ARMA bzw. GARCH-Modells um 5% bei der Nachfrage und 10% beim Preis zurück. Zu berücksichtigen ist in dem Zusammenhang, dass speziell auf dem Gebiet der Preismodellierung derzeit noch sehr viele For-

schungsprojekte laufen. Mitunter wird versucht durch Einbeziehung weiterer marktrelevanter Indikatoren und durch Modellierung von Ähnlichkeiten im kurzfristigen Trendverhalten mit Hilfe Neuronaler Netze praktikable Antworten zu finden (vgl. Garcia. u. A. [2006]). Ein Ende dieser Modellsuche ist aber noch nicht absehbar.

**Tabelle 3.4.3** Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell

VAR Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations					
H0: no residual autocorrelations up to lag h					
Date: 07/26/06 Time: 17:07					
Sample: 1 1704					
Included observations: 1702					
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	16.85069	NA*	16.86060	NA*	NA*
2	53.08215	NA*	53.13468	NA*	NA*
3	58.48799	0.0000	58.55007	0.0000	4
4	72.48898	0.0000	72.58403	0.0000	8
5	107.3920	0.0000	107.5899	0.0000	12
6	132.9930	0.0000	133.2814	0.0000	16
7	160.4571	0.0000	160.8590	0.0000	20
8	189.8955	0.0000	190.4364	0.0000	24
9	206.2525	0.0000	206.8804	0.0000	28
10	324.0346	0.0000	325.3586	0.0000	32
11	340.9939	0.0000	342.4282	0.0000	36
12	374.1512	0.0000	375.8209	0.0000	40

\*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.  
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution

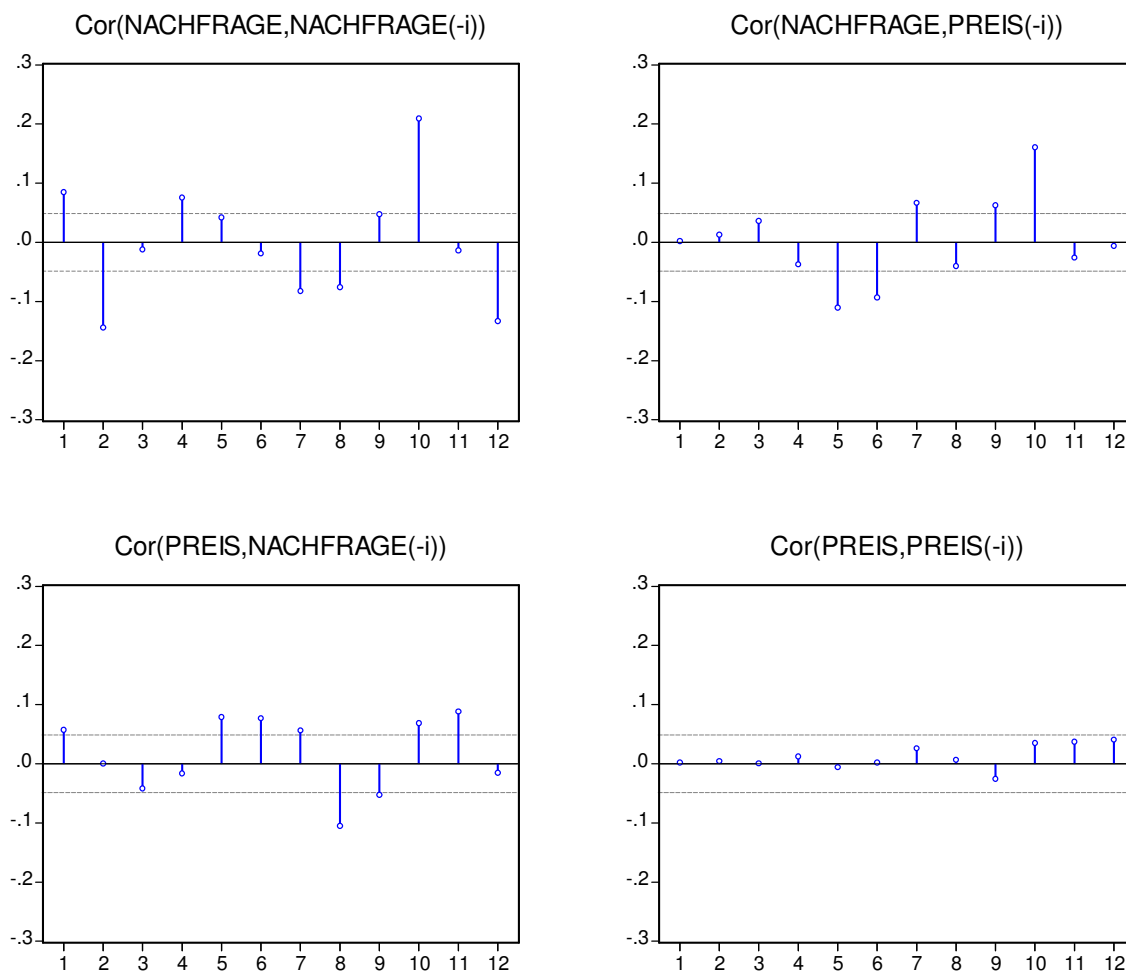
**Tabelle 3.4.4** LM-Test im Ausgangsmodell

VAR Residual Serial Correlation LM Tests		
H0: no serial correlation at lag order h		
Date: 07/26/06 Time: 17:06		
Sample: 1 1704		
Included observations: 1702		
Lags	LM-Stat	Prob
1	28.90270	0.0000
2	53.52606	0.0000
3	6.743017	0.1501
4	16.80670	0.0021
5	38.78318	0.0000
6	28.12274	0.0000
7	30.96993	0.0000
8	33.87634	0.0000
9	17.64215	0.0014
10	126.8907	0.0000
11	17.66073	0.0014
12	34.06565	0.0000

Probs from chi-square with 4 df.



## Autocorrelations with 2 Std.Err. Bounds

**Bild 3.4.5** Korrelogramme der Residuen

Durch Einführung von Dummy-Variablen für den Stundeneinfluss (0, 1, ..., 23), den Tageszeiteinfluss (0 bis 7  $\rightarrow$  0; 8 bis 19  $\rightarrow$  1; 20 bis 23  $\rightarrow$  0) und den Einfluss von Verbrauchsspitzen (0 bis 7  $\rightarrow$  0; 8 bis 10  $\rightarrow$  1; 11 bis 15  $\rightarrow$  0; 16 bis 19  $\rightarrow$  1; 20 bis 23  $\rightarrow$  0) lässt sich die Erklärungsgüte der Preisgleichung noch etwas verbessern<sup>2</sup>.

Das Bestimmtheitsmaß steigt nach der Modellerweiterung tatsächlich um fast 4% von 31% auf 34,8%. Der AIC-Wert sinkt auf 6,516 und der SBC-Wert auf 6,542 (jeweils für den Preis). Der Gewinn an Erklärungsgüte für die Nachfrage fällt allerdings sehr gering aus. Das Bestimmtheitsmaß wächst nur um 0,3%. Der entsprechende AIC-Wert verringert sich auf 15,288, der SBC-Wert auf 15,314. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass ohne die Dummy-Variablen bereits mehr als 95% der Nachfragevarianz modellseitig erklärt werden konnten.

<sup>2</sup> Fan und Chu [2006] schlagen darüber hinaus als Regressoren die Lufttemperatur, die Luftfeuchte, die Windgeschwindigkeit und weitere Dummy-Variablen zur Erfassung von Wochenend- und Festtageinflüssen.

**Tabelle 3.4.5** Schätzung mit Dummy-Regressoren

Vector Autoregression Estimates		
Date: 07/27/06 Time: 12:23		
Sample (adjusted): 3 1704		
Included observations: 1702 after adjustments		
t-statistics in [ ]		
	NACHFRAGE	PREIS
NACHFRAGE(-1)	1.554788 [ 82.6068]	0.000675 [ 2.87896]
NACHFRAGE(-2)	-0.669431 [-37.0052]	-0.001278 [-5.67445]
PREIS(-1)	3.693347 [ 1.91825]	0.511152 [ 21.3175]
PREIS(-2)	-11.11155 [-5.83088]	-0.014891 [-0.62744]
C	1844.895 [ 16.3081]	18.71390 [ 13.2830]
STUNDEN	-16.70961 [-6.27619]	0.270526 [ 8.15904]
SPITZEN	85.56810 [ 2.20936]	0.745056 [ 1.54470]
TAGESZEIT	259.1395 [ 7.02418]	-2.631053 [-5.72654]

In der Matrixdarstellung des VAR-Modells tritt nun ein weiterer Term mit den Dummy-Regressoren auf

$$\begin{pmatrix} \text{NACHFRAGE} \\ \text{PREIS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1,554788 & +3,693347 \\ +0,000675 & +0,511152 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{NACHFRAGE}(-1) \\ \text{PREIS}(-1) \end{pmatrix} \\
 + \begin{pmatrix} -0,669431 & -11,11155 \\ -0,001278 & -0,014891 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{NACHFRAGE}(-2) \\ \text{PREIS}(-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1844,895 \\ 18,71390 \end{pmatrix} \\
 + \begin{pmatrix} -16,70961 & 85,56810 & +259,1395 \\ 0,270526 & 0,745056 & -2,631053 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{STUNDEN} \\ \text{SPITZEN} \\ \text{TAGESZEIT} \end{pmatrix}.$$

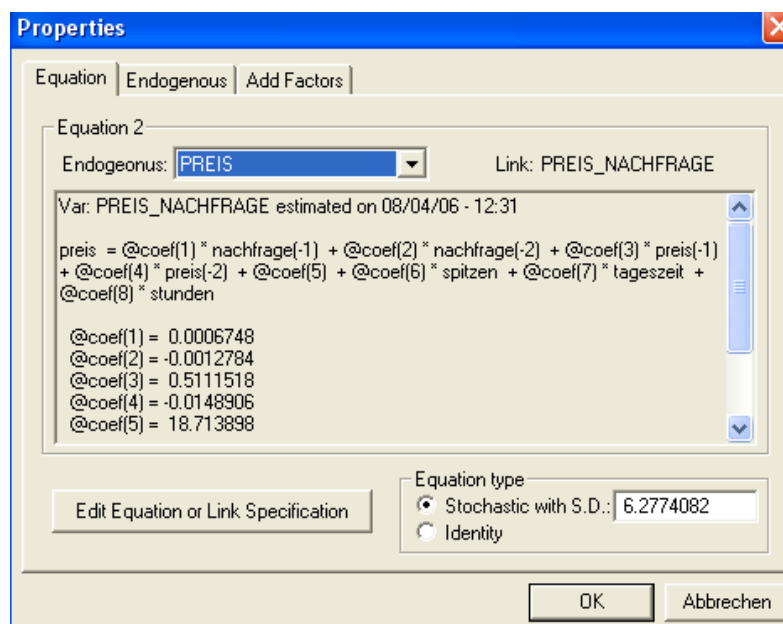
Bemerkenswert ist gegenüber dem Ausgangsmodell ohne exogene Regressoren eine Vorzeichenänderung. Es betrifft den Preisfaktor zum Lag 1 in der Nachfragegleichung, der von -0,015 auf +3,693 steigt und für sich genommen nicht sinnvoll erscheint, da ein Preisanstieg eine Stunde vorher zum Verbrauchsanstieg führen würde. Wenn man aber die Vorzeichen in der ersten und zweiten Matrix insgesamt vergleicht, so wird der Zuwachs, verursacht durch Werte zum Lag 1 (1 Stunde zurück), durch einen Abzug, bedingt durch Werte zum Lag 2 (2 Stunden zurück), laufend korrigiert. Der Einfluss von Spitzen und Tageszeiten auf die Nachfrage ist positiv, der Stundeneinfluss, in dem der Tageszyklus codiert ist, negativ. Die Schätzsicherheit für die Parameter nimmt mit der Einbeziehung von Dummy-Variablen etwas zu. Es

sind danach nicht mehr vier sondern nur noch zwei Parameter auf dem 5% Level unsicher. Auch der Test auf serielle Korrelation lehnt zwischen den Lags 4 bis 7 ab.

**Tabelle 3.4.6** LM-Test im erweiterten Modell

VAR Residual Serial Correlation LM Tests		
H0: no serial correlation at lag order h		
Date: 07/27/06 Time: 13:08		
Sample: 1 1704		
Included observations: 1702		
Lags	LM-Stat	Prob
1	94.43340	0.0000
2	101.7235	0.0000
3	34.01395	0.0000
4	9.468973	0.0504
5	6.300197	0.1778
6	9.204833	0.0562
7	5.700548	0.2227
8	29.84710	0.0000
9	29.01374	0.0000
10	183.7325	0.0000
11	13.76834	0.0081
12	39.99179	0.0000
Probs from chi-square with 4 df.		

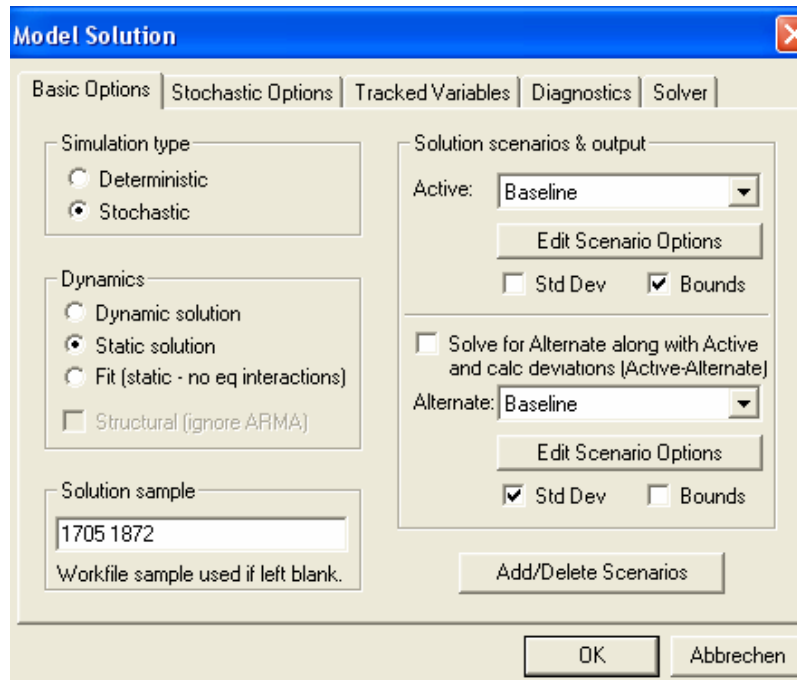
Die Durbin-Watson-Statistik fällt etwas auf 1,983 (Nachfrage) bzw. 1,781 (Preis), lehnt aber weiterhin eine Korrelation erster Ordnung ab. Zur Durchführung von Vergleichsprognosen auf dem bisher ausgesparten Intervall von 1705 bis 1872 wird im Schätzmenü der VAR-Prozedur unter **Proc/Make Model** ein Fenster für Modellexperimente geöffnet.



**Bild 3.4.6** Auswahl einer Modellgleichung für die Prognose

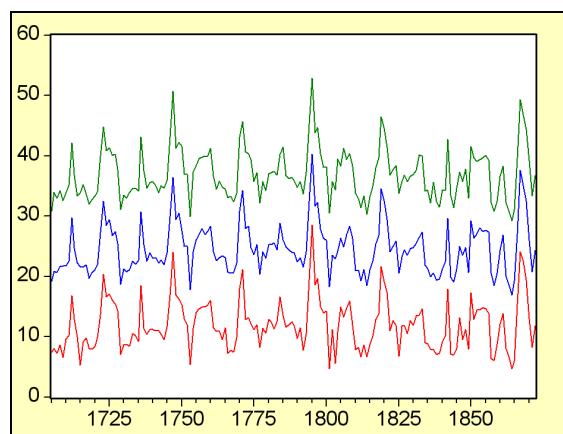
Über die Option *Properties* (vgl. Bild 3.4.6) ist das entsprechende Modell aus dem Mehrgleichungssystem über das Fenster *Endogenous* auszuwählen. Im Beispiel handelt es sich um den

Preis, d. h. um die zweite Modellgleichung. Ein derartiges Modellexperiment kann als individueller Datenbankfile (Ikone M) im Workfile des Projekts abgelegt werden. Mit Hilfe des Kommandos **Solve** wird das Berechnungsfenster geöffnet. Die Einstellungen *Stochastic* als Simulationstyp, *Static Solution* für Einschrittprognose und *1705 1872* für den Experimentalzeitraum führen auf die gewünschte Prognoserechnung (vgl. Bild 3.4.7).

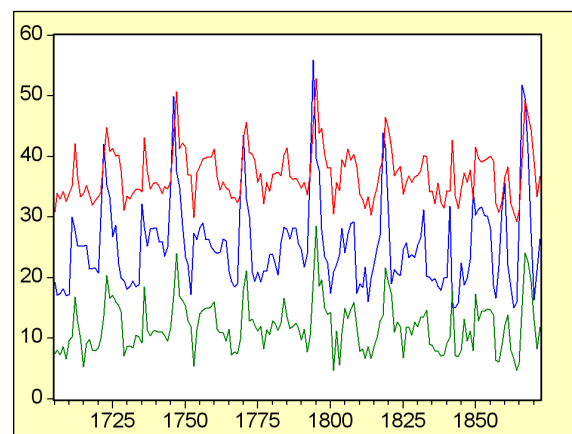


**Bild 3.4.7** Fenster für Vergleichsprognosen

Für jede Gleichung des VAR-Modells wird ein Set von Outputfiles angelegt. Ein Outputset umfasst die Beobachtungen bis zum Prognoseursprung (o), die Punktprognose (m) und deren Standardabweichung (s). Mit der Einstellung *Bounds* im Solution-Fenster erscheinen auch die Konfidenzintervalle (h bzw. l). Entsprechend markierte Outputfiles lassen sich mit Hilfe der rechten Maustaste zu einer Gruppe zusammenfassen und ebenfalls als individueller Datenbankfile (Ikone G) abspeichern (Hinweis: Der Mauszeiger muss auf dem markierten Bereich stehen!). Die Gruppenvariablen, z. B. Punktprognose, oberes und unteres Konfidenzintervall oder Beobachtungen im Prognosehorizont und Intervallprognose, lässt sich entsprechend über das Graph-Menu visualisieren (vgl. Bild 3.4.8 bzw. Bild 3.4.9).



**Bild 3.4.8** Punkt- und Intervallprognose



**Bild 3.4.9** Istwerte und Intervallprognose

Es zeigt sich, dass die Preise nicht immer innerhalb der Intervalle der Einschrittprognose verlaufen und das Modell noch weiter verbessert werden sollte. Besonders problematisch sind offenbar die ausbrechenden Preisspitzen (siehe Bild 3.4.9). Die Fehlerrauswertung muss leider außerhalb von EViews mit Hilfe von EXCEL vorgenommen werden. Für den RMSE% ergibt sich beim VAR-Modell mit drei Dummies ein Wert von 24,13%, der über dem vergleichbaren Wert eines höher parametrisierten autoregressiven Modells mit GARCH-Residuen liegt, das auf 20,41% kommt (vgl. Götze[2005], S. 34).

System: UNTITLED    Workfile: NEWENGLAND_HOURUntitled										
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	MergeText	Estimate	Spec	Stats	Resids
System: UNTITLED										
Estimation Method: Seemingly Unrelated Regression										
Date: 12/11/06    Time: 14:57										
Sample: 3 1704										
Included observations: 1702										
Total system (balanced) observations 3404										
Linear estimation after one-step weighting matrix										
		Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
	C(1)	1.556162	0.018757	82.96489	0.0000					
	C(2)	-0.670661	0.018031	-37.19572	0.0000					
	C(3)	3.656564	1.915942	1.908495	0.0564					
	C(4)	-10.95403	1.884561	-5.812513	0.0000					
	C(5)	1840.081	112.7994	16.31286	0.0000					
	C(6)	77.68652	38.30139	2.028295	0.0426					
	C(7)	262.4946	36.73886	7.144875	0.0000					
	C(8)	-16.66857	2.655988	-6.275846	0.0000					
	C(9)	0.000805	0.000219	3.675780	0.0002					
	C(10)	-0.001395	0.000212	-6.567322	0.0000					
	C(11)	0.507675	0.020127	25.22414	0.0000					
	C(13)	18.25880	1.361245	13.41331	0.0000					
	C(15)	-2.313895	0.408058	-5.670512	0.0000					
	C(16)	0.274406	0.033010	8.312692	0.0000					
Determinant residual covariance			9759986.							
Equation: NACHFRAGE = C(1)*NACHFRAGE(-1) + C(2)*NACHFRAGE(-2) + C(3)*PREIS(-1) + C(4)*PREIS(-2) + C(5) + C(6)*SPITZEN + C(7)*TAGESZEIT + C(8)*STUNDEN										
Observations: 1702										
R-squared	0.953658	Mean dependent var	14201.90							
Adjusted R-squared	0.953467	S.D. dependent var	2336.715							
S.E. of regression	504.0648	Sum squared resid	4.30E+08							
Durbin-Watson stat	1.784136									
Equation: PREIS = C(9)*NACHFRAGE(-1) + C(10)*NACHFRAGE(-2) + C(11)*PREIS(-1) + C(13) + C(15)*TAGESZEIT + C(16)*STUNDEN										
Observations: 1702										
R-squared	0.347535	Mean dependent var	24.14319							
Adjusted R-squared	0.345612	S.D. dependent var	7.761208							
S.E. of regression	6.278372	Sum squared resid	66852.85							
Durbin-Watson stat	1.980932									

**Bild 3.4.10** Abgerüstetes Dummy-Modell

Wenn ein Modell mit Hilfe von *Make Systems by Variable* editiert worden ist, dann muss für nachfolgende Modellexperimente die entsprechende Gleichung in die Prozedur *Make Model* eingespeist werden. Dazu ist das Fenster *Edit Equation or Link Specification* zu öffnen und der entsprechende Bezeichner für das editierte Modell hinter dem Doppelpunkt ggf. zu ersetzen. Im Beispiel wurden die beiden nichtsignifikanten Parameter  $c_{12}$  und  $c_{14}$  in der Preisgleichung entfernt (vgl. Bild 3.4.10). Das ausgelichtete Modell weist mit 14,594 bzw. 5,842 etwas kleinere AIC- und SBC-Werte auf und wird unter SYS02 abgespeichert. In der Prognoseprozedur erscheint jetzt diese Datei automatisch im Fenster *Link Specification*. Der RMSE% der Einschnittprognose sinkt leicht auf 23,63%. Der MAPE beträgt nunmehr 4,76%.

#### **4 Zusammenfassung**

Der vorliegende Bericht gibt eine Einführung in mehrdimensionale Zeitreihenmodellierung mit Hilfe von VAR- und VEC-Modellen.

Es wird eine Spezifikationsstrategie für derartige Modelle in der Umgebung von EViews 5.0 entwickelt, die vor allem auf Einheitswurzel-Tests und auf verschiedenen Varianten des Johansen-Tests beruht. Unter Einbeziehung von Saisonbereinigungsverfahren, Korrelogrammen, zwei Optimierungskriterien für die Schätzgüte und zwei Testverfahren für die Residuenanalyse wird eine Schrittfolge für die Modellanpassung an Beispielen demonstriert.

Untersucht werden insgesamt 11 Zeitreihen, darunter 7 Quartals- bzw. Monatsreihen des US-Finanzmarktes aus der HAVER-Datenbank, 2 Monatsreihen der EIA zu Energiepreisen und 2 Stundenreihen von der ISO New England (EE-Preis und EE-Nachfrage).

Die Untersuchung führt bei den Finanzmarktdaten auf VEC-Modelle mit zwei bzw. drei Fehlerkorrekturgleichungen und Gleichgewichtsbeziehungen ohne zusätzliche Trendterme. Die Lag-Weite schwankt zwischen 1 und 3.

Das VEC-Modell zur Beschreibung der Beziehung zwischen GAS- und Elektroenergiepreisen weist hingegen einen zusätzlichen Trendterm in der Kointegrationsgleichung auf.

Für die Stundendaten aus New England wird ein VAR-Modell spezifiziert und mit Hilfe von Dummy-Variablen für Tageszeiten und Verbrauchsspitzen verfeinert. Die Gütekriterien der Modellschätzung und die Fehler einer Einschnittprognose werden mit den Ergebnissen aus Götze [2005] verglichen.

Als Problem bei der standardmäßigen Schätzung von VAR- bzw. VEC-Modellen mit EViews 5.0 stellt sich die z. T. beträchtliche Anzahl unsicherer Parameter heraus, die erst über umständliche Eingriffe in die Struktur verringert werden kann. Dieses Phänomen ist offenbar der Modellklasse geschuldet und verstärkt sich mit wachsender Zahl von Gleichungen. Die Parameterreduktion ist nur in den Fehlerkorrekturgleichungen, nicht aber in der Gleichgewichtsbeziehung möglich. Ob eine derartige Parameterreduktion zur Senkung der Optimierungskriterien führt, wird von EViews nicht unmittelbar angezeigt. Das muss der Nutzer manuell nachprüfen.

## Literaturverzeichnis

- Fan, S.; Chen, L.:* Short-Term Load Forecasting Based on an Adaptive Hybrid Method, IEEE Trans. On Power Systems 21(2006)1, S. 392-401
- Frühwirt-Schnatter, S.:* Vorhersage mit VAR-Prozessen mit Unit Roots, Folien zur Vorlesung Zeitreihenanalyse II und Stochastische Prozesse, SS 2005, Universität Linz.
- Garcia, M. P.; Kirschen, D. S.:* Forecasting System Imbalance Volumes in Competitive Electricity Markets, IEEE Trans. On Power Systems 21(2006)2, S. 240-248.
- Götze, W.:* Analyse und Kurzfristprognose von Zeitreihen für Finanz- und Rohstoffmärkte mit Hilfe stochastischer nichtlinearer Mehrgleichungsmodelle, Forschungsbericht FH Stralsund, März 2005, 131 Seiten.
- Drobetz, W.:* Nichtstationarität und Kointegration: Eine Einführung, Universität Basel (WWZ), 2003.
- EViews 5.0: User's Guide,* Irvine CA 2004.
- Green, W.:* Econometric Analysis, Prentice Hall 2000.
- Hassler, U.:* Zeitabhängige Volatilität und instationäre Zeitreihen, Wirtschaftsdienst 2003, 12 (6 Seiten).
- Hassler, U.:* Leitfaden zum Schätzen und Testen von Kointegration, FU Berlin 2004 (48 Seiten).
- HAVER ANALYTICS: Manual US1+,* New York 2001 (Stand 12.9.2002).
- Kleiber, Ch.:* Multivariate Volatilitätsmodelle, TU Darmstadt, Folien SS 2003
- Krämer, W.:* Kointegration von Aktienkursen, Universität Dortmund, Inst. Für Statistik, 1997
- Nowak-Lehmann, D.:* Grundlagen der empirischen Wirtschaftsforschung; Uni Göttingen, FB Wirtschaftswissenschaften, WS 05/06, Übungsblatt 11, Zeitreihentests, Kointegration, Fehlerkorrekturmodelle.
- Wolters, J.:* Zur ökonometrischen Modellierung kurz- und langfristiger Abhängigkeiten, dargestellt am Beispiel der Zinsstruktur, Freie Universität Berlin, Diskussionsarbeit Nr. 2 1989 (22 Seiten).
- Wolter, J.:* Kointegration und Zinsentwicklung im EWS – Eine Einführung in die Kointegrationsmethodologie und deren Anwendungen, Allg. Stat. Archiv, 79(1995), S. 146-169.
- Zellner, A.:* An efficient method of estimating seemingly unrelated regression equations and tests for aggregation bias, JASA 57 (1962), S. 348-368.

## Verzeichnis der untersuchten Zeitreihen

YPIN <sup>3</sup>	Privates Einkommen aus Zinsen
YPDV	Privates Einkommen aus Dividenden
FTB3	Dreimonatsanleihen (3-month Treasury bill)
FTB12	Jahresanleihen (1-year Treasury bill)
FCM1	1-Jahres-Schatzbriefe (1-year Treasury bill)
FCM7	7-Jahres-Schatzbriefe (7-year Treasury note)
FCM30	30-Jahres-Schatzbriefe (30-year Treasury bond)
PREIS_EE <sup>4</sup>	Durchschnittspreis Elektroenergie USA
PREIS_GAS	Durchschnittspreis Erdgas USA
NEHP <sup>5</sup>	Preis Elektorenergie
NEHD	Nachfrage Elektroenergie

<sup>3</sup> Quelle HAVER

<sup>4</sup> Quelle EIA

<sup>5</sup> Quelle ISO New England

**Bilderverzeichnis**

- Bild 1.1** Spezifikation von Kointegrationsmodellen
- Bild 2.1** Zinseinkünfte
- Bild 2.2** Dividendeneinkünfte
- Bild 2.3** Saisonausschläge Zins
- Bild 2.4** Saisonausschläge Dividende
- Bild 2.5** Saisonbereinigte Zinseink
- Bild 2.6** Saisonbereinigte Div. Eink.
- Bild 2.7** Korrelogramme Diff Zins
- Bild 2.8** Korrelogramme Diff Rendite
- Bild 2.9** Bezeichnerfenster für ein mehrdimensionales Modell
- Bild 2.10** Spezifikationsfenster der mehrdimensionalen Modellierung
- Bild 2.11** Testfenster
- Bild 2.12** Korrelogramme und Kreuzkorrelogramme der Residuen
- Bild 2.13** Unternemü *Make System*
- Bild 2.14** Modellgleichungen
- Bild 3.1.1** Dreimonatszins
- Bild 3.1.2** Zwölfmonatszins
- Bild 3.1.3** Korrelogramme Zins 3
- Bild 3.1.4** Korrelogramme Zins 12
- Bild 3.1.5** Korrelogramme der Residuen
- Bild 3.2.1** Zins\_1
- Bild 3.2.2** Zins\_7
- Bild 3.2.3** Zins\_30
- Bild 3.2.4** Korrelogramme Diff Zins\_1
- Bild 3.2.5** Korrelogramme Diff Zins\_7
- Bild 3.2.6** Korrelogramme Diff Zins\_30
- Bild 3.2.7** Korrelogramme der Residuen der drei Fehlerkorrekturgleichungen
- Bild 3.3.1** Originaldaten EE
- Bild 3.3.2** Originaldaten GAS
- Bild 3.3.3** Saisonbereinigte Daten EE
- Bild 3.3.4** Saisonbereinigte Daten GAS
- Bild 3.3.5** Korrelogramme Diff EE
- Bild 3.3.6** Korrelogramme Diff GAS
- Bild 3.3.7** Korrelogramme der Residuen der Fehlerkorrekturgleichungen
- Bild 3.4.1** Preisdynamik
- Bild 3.4.2** Nachfragedynamik
- Bild 3.4.3** Preiskorrelogramme
- Bild 3.4.4** Nachfragekorrelogramme
- Bild 3.4.5** Korrelogramme der Residuen
- Bild 3.4.6** Auswahl einer Modellgleichung für die Prognose
- Bild 3.4.7** Fenster für Vergleichsprognosen
- Bild 3.4.8** Punkt- und Intervallprognose
- Bild 3.4.9** Beobachtungen und Intervallprognose
- Bild 3.4.10** Abgerüstetes Dummy-Modell
- Bild A2\_1** Struktur des X12-ARIMA-Verfahrens (Quelle: Deutsche Bundesbank)



**Tabellenverzeichnis**

<b>Tabelle 2.1</b>	Einheitswurzeltests mit Signifikanz der $H_0$ -Ablehnung
<b>Tabelle 2.2</b>	Johansen-Test ohne Trend im Gleichgewicht
<b>Tabelle 2.3</b>	Johansen-Test mit linearem Trend im Gleichgewicht
<b>Tabelle 2.4</b>	Optimierungskriterien
<b>Tabelle 2.5</b>	Schätzergebnisse
<b>Tabelle 2.6</b>	Test auf serielle Autokorrelation
<b>Tabelle 2.7</b>	LM-Test
<b>Tabelle 2.8</b>	Schätzergebnisse mit Durbin-Watson-Statistik
<b>Tabelle 2.9</b>	Output für das abgerüstete Modell
<b>Tabelle 2.10</b>	Manuelle Berechnung der AIC- und SBC-Werte nach Parameterreduktion
<b>Tabelle 3.1.1</b>	Einheitswurzeltests und Signifikanz zum Verwerfen von $H_0$
<b>Tabelle 3.1.2</b>	Johansen-Test
<b>Tabelle 3.1.3</b>	Optimierungskriterien der Modellschätzung
<b>Tabelle 3.1.4</b>	Ergebnisse der Modellschätzung im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.1.5</b>	Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.1.6</b>	LM-Test im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.1.7</b>	Ergebnisse der Modellschätzung nach Parameterreduktion
<b>Tabelle 3.1.8</b>	Test auf serielle Autokorrelation im reduzierten Modell
<b>Tabelle 3.2.1</b>	Einheitswurzeltests mit Ablehnungswahrscheinlichkeit für $H_0$
<b>Tabelle 3.2.2</b>	Kointegrationstests im Überblick
<b>Tabelle 3.2.3</b>	Kointegrationstest auf linearen deterministischen Trend
<b>Tabelle 3.2.4</b>	Optimierungskriterien der Modellschätzung
<b>Tabelle 3.2.5</b>	Ergebnisse der Modellschätzung im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.2.6</b>	Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.2.7</b>	LM-Test im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.2.8</b>	Ergebnisse der Modellschätzung nach Parameterreduktion
<b>Tabelle 3.2.9</b>	Test auf serielle Autokorrelation im reduzierten Modell
<b>Tabelle 3.3.1</b>	Einheitswurzeltests und Ablehnungswahrscheinlichkeiten für $H_0$
<b>Tabelle 3.3.2</b>	Varianten des Johansen-Tests im Überblick
<b>Tabelle 3.3.3</b>	Johansen-Test auf quadratischen Trend
<b>Tabelle 3.3.5</b>	Ergebnisse der Modellschätzung im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.3.6</b>	Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.3.7</b>	LM-Test im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.3.8</b>	Ergebnisse der Modellschätzung nach Parameterreduktion
<b>Tabelle 3.3.9</b>	Test auf serielle Autokorrelation im reduzierten Modell
<b>Tabelle 3.4.1</b>	Optimierungskriterien der Schätzung
<b>Tabelle 3.4.2</b>	Schätzergebnisse im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.4.3</b>	Test auf serielle Autokorrelation im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.4.4</b>	LM-Test im Ausgangsmodell
<b>Tabelle 3.4.5</b>	Schätzung mit Dummy-Regressoren
<b>Tabelle 3.4.6</b>	LM-Test im erweiterten Modell
<b>Tabelle A1_1</b>	Zonenbezeichnung im PJM-Verbund

## Anlage 1 Übungsbeispiele für das PC-Labor mit Lösungen

1) Kointegration zwischen Verbrauch und Ausgaben von Haushalten für Elektroenergie im Bundesstaat Kalifornien von 1990 bis 2003 (163 Werte):

- Visuelle Inspektion der beiden Reihen,
- Periodogrammanalyse und Saisonbereinigung,
- Unit Root Tests und Korrelationsanalyse der ersten Differenzen,
- Johannsentest,
- Schätzen der Kointegrationsgleichung und der Fehlerkorrekturgleichungen,
- Abrüsten des Modells durch Signifikanzprüfung der Parameter,
- Residuenanalyse (LM-Test, Q-Statistik, Verteilungstests),
- Interpretation der Koeffizienten der Kointegrationsgleichung und der beiden Fehlerkorrekturgleichungen,
- Entwicklung des Modells in Matrixschreibweise.

2) Vektorautoregression von stündlichen Elektroenergiepreisen von sieben regionalen Anbietern des PJM-Verbunds im Juli 2005 (744 Beobachtungen)

**Ziel:** Autoregressive Modellierung eines Bündels von Preisreihen und Vergleich der der Vergleichsprognosen für die letzten 168 Werte mit denen von univariaten ARI-MA-Modellen.

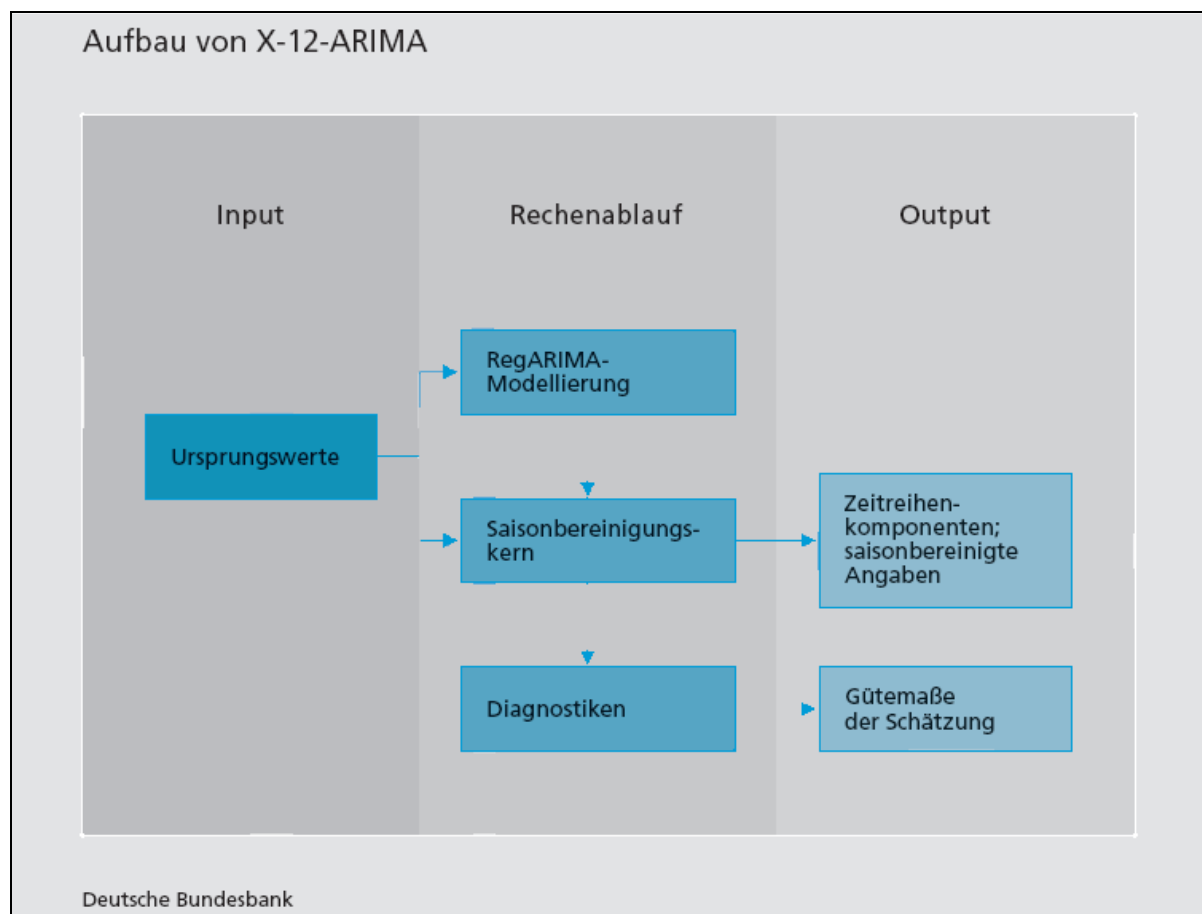
**Tabelle A1\_1** Zonenbezeichnungen im PJM-Verbund

Name	Zone	Nr.	Bezeichner
PJM-RTO	Regional Transmission Organisation		
MID-ATL/APS			
AECO	Atlantic Electric Company	1	
AEP	American Electric Power Co. Inc.	2	AEP
APS	Allegheny Power Systems	3	
BGE	Baltimore Gas & Electric Company	4	
COMED	Commonwealth Edison Company	5	NI
DAY	Dayton Power & Light Co.	6	DAY
DOM	Dominion	7	DOM
DPL	Delmarva Power & Light Company	8	
DUQ	Ququesne Light	9	DUQ
JCPL	Jersey Central Power & Light Company	10	
METED	Metropolitan Edison Company	11	
PECO	PECO Energy	12	
PENELEC	Pennsylvania Electric Company	13	
PEPCO	Potomac Electric Power Company	14	
PPL	PPL Electric Ulitities	15	
PSEG	Public Service Electric & Gas Company	16	
RECO	Rockland Electric Company	17	
EAST	1,4,8,10-17 = Mid Atlantic Region		
WEST	3 = APS		
Quelle: <a href="#">"Allegheny Power's transmission system operates under PJM West"</a>			

## Anlage 2 Exkurs zur Saisonbereinigung mit X12-ARIMA

Das Census X-12-ARIMA Verfahren ist eine international weit verbreitete Technik zur Bereinigung von Kalender- und Saisoneffekten aus Zeitreihen (vgl. Stier [1997]). Es wird neben dem U.S. Bureau of Census auch von der Deutschen Bundesbank (vgl. Bild A2\_1) und dem Statistischen Bundesamt angewendet. Der ifo-Geschäftsklima-Index beruht ebenfalls auf mit X12 ARIMA bereinigten Daten.

Das Verfahren wird mit Hilfe eines Regressionsansatzes bei autokorrelierten Residuen (RegARIMA) durchgeführt. Die Komponentenerlegung kann additiv oder multiplikativ sein (vgl. Götze [2000]). Der durch verschiedene, aufeinander folgende Glättungsprozeduren ein tretende Randwertverlust wird ausgeglichen.



**Bild A2\_1** Struktur des X12-ARIMA-Verfahrens (Quelle: Deutsche Bundesbank)

### Literatur:

Edel, K.; Schäffer, K.-A.; Stier, W. (Hrsg.): Analyse saisonaler Zeitreihen, Physica-Verlag 1997

Götze, W.: Techniken des Business Forecasting, Oldenbourg Verlag, 2000

[www.census.gov](http://www.census.gov)

[www.bundesbank.de](http://www.bundesbank.de)

[www-ec.destatis.de](http://www-ec.destatis.de)